BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXIII
A
25
NAPOLI
I. a. 25

L A

GEOMETRIE PRATIQUE,

CONTENANT

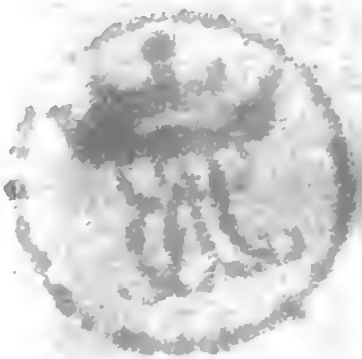
LA TRIGONOMETRIE THEORIQUE & Pratique, la LONGIMETRIE, la PLANIMETRIE, & la STEREOMETRIE.

PAR DE NOUVELLES Demonſtrations tres-courtes & tres-faciles, & de nouveaux abregez pour meſurer exactement les Plans & les Solides.

Par M. OZANAM, *Profeſſeur en Mathematique.*

A PARIS,
Chez { L'AUTEUR, ruë de Seine aux deux Anges. ET ESTIENNE MICHALLET, ruë S. Jacques, à l'Image S. Paul.

M. DC. LXXXIV.
Avec Privilege du Roy.



AU LECTEUR.

CE Livre ayant esté composé principalement en faveur de ceux qui aiment plus la pratique que la theorie, je n'ay pas voulu y ajoûter une grande quantité de démonstrations tres-difficiles, pour ne pas dégoûter ceux qui sont mediocrement versez dans les Mathematiques : Mais comme ce Traité ne doit pas aussi estre tout-à-fait sans démonstrations, pour ne pas oster à ceux qui se serviront des regles de ce Livre, le plaisir de sçavoir la raison de ce qu'ils font ; j'ay pris un milieu entre ces deux extremitez, c'est-à-dire que j'ay donné des démonstrations les plus courtes & les plus simples qu'il m'a été possible, dans les endroits seulement où je l'ay trouvé à propos, les ayant omises en plusieurs autres, où la demonstration étoit facile à trouver & se donnoit d'elle-même, & où elle ne pouvoit être que fort longue. J'ay separé les

Theoremes d'avec les Problemes, pour la ſatisfaction de ceux qui ne ſe ſoucient que de la pratique, auſſi-bien que de ceux qui aiment la theorie & la pratique tout enſemble, qu'ils trouveront par ordre chacune dans ſon lieu. La mort impreviie de Monſieur Colbert ayant rompu le deſſein qu'il avoit de faire imprimer l'Arithmetique de Diophante, que j'ay augmentée & reduite à la Specieuſe, avec trois autres Traitez, dont le projet a été publié, me fait travailler tout de nouveau ſur les ſix Livres de cet Auteur, que j'augmenteray pour le moins du double de ce qu'ils étoient auparavant, pour ne pas priver le Public des nouvelles penſées qui me viennent continuellement ſur cette matiere. I'ay diſcontinué d'y travailler pendant le temps que j'ay employé à compoſer ce Livre, & un autre qui eſt à preſent ſous la Preſſe, qui traite de la Trigonometrie Rectiligne & Spherique, & de la conſtruction des Tables de Sinus & des Logarithmes, dont je n'ay pas pu me diſpenſer à la priere que m'en a faite le Libraire.

TRAITE'
DE
LA GEOMETRIE PRATIQUE.

LA Geometrie, quoy que ce mot Grec ne signifie que mesure de terre, est la science de la quantité continuë, c'est à dire des Lignes, des Plans, & des Solides, ce qui fait qu'on la divise ordinairement en trois parties, qui sont la *Longimetrie*, la *Planimetrie*, & la *Stereometrie*, ausquelles nous ajoûterons la *Trigonometrie Rectiligne*, que nous mettrons la premiere, parce qu'elle est le fondement des trois autres. Mais aupa-

ravant que de commencer, nous emprunterons quelque choſe de la Geometrie Speculative, ſans laquelle la Geometrie Pratique ne ſçauroit être bien entenduë.

DES PRINCIPES DE GEOMETRIE en general.

IL y a trois genres de Principes Mathematiques, les *Definitions*, les *Demandes*, & les *Axiomes*, qu'on nomme ordinairement *communes Notions de l'eſprit.*

Les *Definitions* ſont l'explication des mots & des termes neceſſaires pour entendre les choſes dont on veut traitter. Ainſi pour bien entendre la Geometrie, on doit premierement ſçavoir ce que c'eſt que *Triangle*, que *Cercle*, &c.

Les *Demandes* ſont des pratiques tellement faciles d'elles-mêmes, qu'elles n'ont beſoin d'aucun precepte pour les apprendre. Comme de *tirer une ligne d'un point à un autre*

point, ou de *prolonger une ligne ſi loin que l'on voudra*, ou bien de *décrire un cercle de quelque point que ce ſoit, & de telle grandeur que l'on voudra.*

Les *Axiomes* ou *Maximes* ſont des propoſitions tellement évidentes d'elles-mêmes, qu'on ne les peut pas nier ſans dementir les ſens & la raiſon. Ainſi il n'y a perſonne qui ne voye bien que *le tout eſt plus grand que ſa partie.*

De ces trois ſortes de principes naiſſent les *Hypotheſes*, les *Problemes*, les *Theoremes*, les *Corollaires*, les *Lemmes*, & les *Scolies.*

Hypotheſe eſt une ſuppoſition de ce qui n'eſt pas pour ce qui peut être. Ainſi il n'eſt pas neceſſaire que l'hypotheſe ſoit veritable, mais il ſuffit qu'elle ſoit poſſible. D'où il ſuit que ſur un même ſujet on peut faire pluſieurs differentes hypotheſes. Ainſi une même ligne peut être priſe tantoſt pour droite, & tantoſt pour courbe, par-

ce qu'elle peut être telle.

Les *Problemes* ſont des propoſitions, qui tendent à la pratique. Comme de diviſer une ligne terminée en deux également.

Theoreme c'eſt une propoſition, qui exprime les proprietez d'une choſe. Comme quand on dit qu'un triangle aura deux angles égaux lorſqu'il aura deux côtez égaux.

Corollaire c'eſt une conſequence tirée de ce qui a eſté fait ou demontré. Comme quand du Theoreme precedent on conclud qu'un triangle équilateral eſt équiangle.

Lemme c'eſt une propoſition qui ſert pour la demonſtration d'un Theoreme, ou pour la pratique d'un Probleme.

Scolie c'eſt une remarque faite ſeulement comme en paſſant ſur quelque diſcours.

DES PRINCIPES DE GEOMETRIE en particulier.

DEFINITIONS.

1. LE *point Mathematique* eſt ce qui n'a aucunes parties, & qui par conſequent ne peut être conceu que par l'entendement. Comme l'on s'imagine que la *Ligne* eſt cauſée par le mouvement du *Point* : Il s'enſuit que

2. La *Ligne* eſt une longueur ſans largeur, dont les extremitez ſont des poins : car puiſqu'elle commence par un point, elle doit finir auſſi par un point.

3. Si le point Mathematique en ſe mouvant ne va pas plus d'un côté que de l'autre, alors la ligne qu'il décrit par ſon mouvement, ſe nomme *Ligne droite*. Comme l'on s'imagine que la *Surface* eſt produite par le mouvement de la *Ligne* : Il s'enſuit que

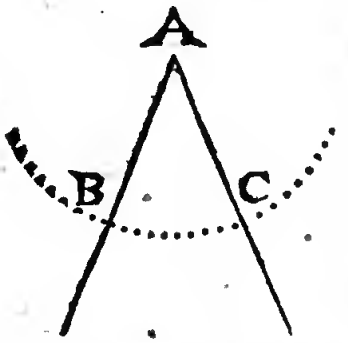
4. La *Surface* eſt ce qui a longueur & largeur tant ſeulement, dont les extremitez ſont des *Lignes*: car puiſqu'elle commence par une ligne; elle doit finir auſſi par une ligne du côté oppoſé à celuy d'où elle a commencé; il en eſt de même des autres côtez, parceque les extremitez de la ligne, qui par ſon mouvement a produit cette Surface, étant des poins, ces poins ne peuvent faire que des lignes par leur mouvement.

5. Si l'on conçoit qu'une ligne droite ſe meuve ſans s'incliner ny ſans s'élever plus d'un côté que de l'autre, alors la Surface qu'elle décrit par ce mouvement, ſe nomme *Surface plane*, ou *Plan*. Comme par le mouvement de la *Surface* on s'imagine que le *Solide* eſt produit: Il s'enſuit que

6. Le *Solide*, ou *Corps*, eſt ce qui a longueur, largeur, & hauteur ou profondeur, dont les extremitez

ſont des *Surfaces* : car puiſqu'il commence par une Surface, il doit finir auſſi par une Surface du côté oppoſé à celuy d'où elle a commencé ; il en eſt de même des autres côtez, parce que les extremitez de la Surface, qui par ſon mouvement a produit ce Corps, étant des lignes, ces lignes ne peuvent faire que des Surfaces par leur mouvement.

7. *Angle plan* c'eſt l'inclination de deux lignes ſur un même Plan, leſquelles ſe rencontrant en un point ne font pas une même ligne droite,

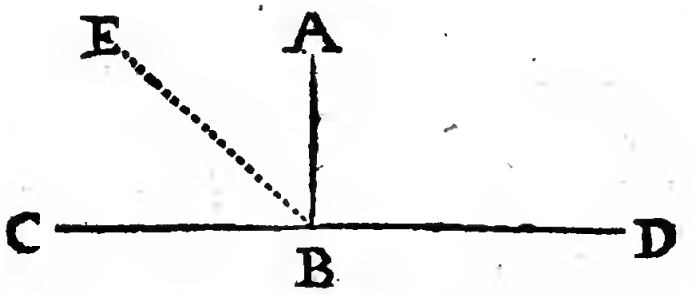


comme B A C, qu'on pourroit exprimer par la ſeule lettre A, parce que dans ce point A il ne ſe forme qu'un ſeul angle, qui ſenomme *Rectiligne*, lorſque les deux lignes A B, A C, qui le compoſent, ſont droites.

8. *Angle ſolide* c'eſt la rencontre de trois ou de pluſieurs Plans, qui

ſe coupent en un même point.

9. Une ligne eſt dite *Perpendiculaire* à une autre ligne, lorſqu'elle



la coupe par des angles égaux de part & d'autre, leſquels à cauſe de cela ſont appellez *Droits*. Ainſi on connoiſt que la ligne A B eſt perpendiculaire à la ligne C D, parce qu'elle fait avec elle des angles égaux & droits ABC, ABD.

10. Lorſqu'un angle eſt moindre qu'un droit, il ſe nomme *aigu*, comme CBE, & quand il eſt plus grand qu'un droit, il s'appelle *obtus*, comme E B D.

11. *Figure* c'eſt ce qui eſt fermé de tous côtez : d'où il ſuit qu'un angle n'eſt pas une figure.

12. *Figures rectilignes* ſont celles

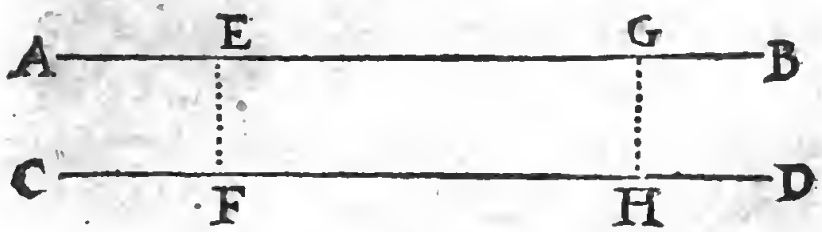
qui ſont compriſes par des lignes droites, dont celle ſe nomme de trois côtez, ou *Triangle*, qui eſt contenuë de trois lignes droites; & de quatre côtez, ou *Quadrangle*, celle qui eſt compriſe de quatre lignes droites; & de pluſieurs côtez, ou *Polygone*, celle qui eſt comprise de plus de quatre lignes droites.

13. Des figures de trois côtez, celle qui a les trois côtez égaux, ſe nomme *Triangle équilateral*. Celle qui a deux côtez ſeulement égaux, ſe nomme *Triangle iſoſcele*. Et celle qui a les trois côtez inégaux, ſe nomme *Triangle ſcalene*.

14. Ces mêmes Triangles prennent à raiſon de leurs angles d'autres denominations; celuy-là s'appelant *Oxygone*, qui a tous les angles aigus: *Amblygone*, celuy qui a un angle obtus; & *Rectangle*, celuy qui a un angle droit, dont le plus grand côté qui eſt oppoſé à langle droit, ſe nomme *Hypotenuſe*.

15. Des figures de quatre côtez, celle qui a tous les côtez égaux, & tous les angles droits, se nomme *Quarré*, dont la ligne qui passe par les deux angles opposez, se nomme *Diagonale*. Celle qui a bien tous les angles droits, mais qui n'a pas tous les côtez égaux, s'appelle *Quarré-long*. Celle qui a bien tous les côtez égaux, mais qui n'a pas les angles droits, se nomme *Rhombe*. Celle qui n'a pas les angles droits, mais seulement les côtez opposez égaux, se nomme *Rhomboide*. Toute autre figure, qui n'est pas de la qualité des precedentes, se nomme *Trapeze*.

16. *Lignes paralleles* sont celles qui étant prolongées de part & d'autre à l'infiny sur un même plan,

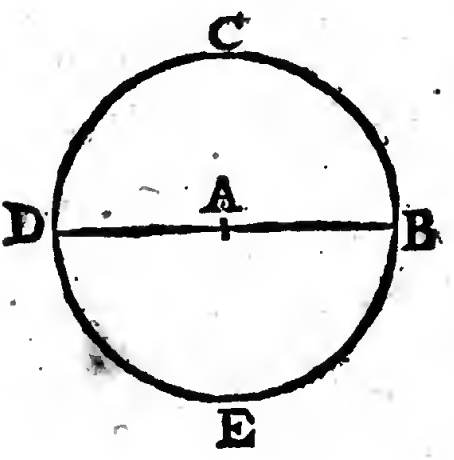


sont toûjours également éloignées

entre elles, comme AB, CD, dont les distances EF, GH, sont égales. Or nous prenons la distance de deux lignes paralleles par une perpendiculaire tirée entre ces deux lignes, comme étant la plus courte de toutes celles qu'on peut tirer entre ces mêmes lignes. D'où il suit que *toutes les perpendiculaires tirées entre deux paralleles sont égales entre elles.* Ce que je viens de dire des lignes paralleles, le même se doit entendre des *Plans paralleles.*

17. *Parallelograme* c'est une figure de quatre côtez, dont les lignes opposées sont paralleles entre elles. Tels sont le *Quarré*, le *Quarré-long* ou *Barlong*, le *Rhombe*, & le *Rhomboïde.*

18. *Cercle* c'eſt une figure plane cauſée par le mouvement achevé d'une ligne droite ſur un Plan alentour d'un point fixe. Comme ſi on fait mouvoir par penſée la ligne AB

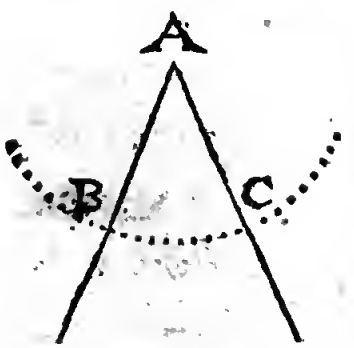


alentour du point immobile A, depuis B vers C juſqu'à ce qu'elle retourne en B, le plan qui ſe trouve terminé par la ligne courbe BCDE, ſe nomme *Cercle*, & cette courbe s'appelle *Circonference*. La ligne AB s'appelle *Rayon*, ou *Demi diametre*, & le point fixe A ſe nomme *Centre* du cercle.

19. On diviſe ordinairement la circonference du cercle en 360 parties égales, dont chacune s'appelle *Degré*, & chaque degré ſe diviſe en 60 autres parties égales appellées *Minutes*, & chaque minute ſe divi-

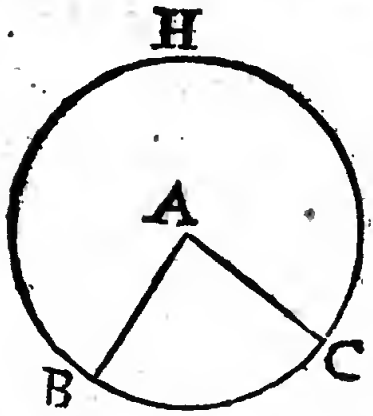
ſe en 60 autres parties égales plus petites qu'on appelle *Secondes*, & ainſi en ſuite. Cette diviſion ſert principalement pour determiner la quantité d'un angle: car

2o. *La meſure d'un angle rectiligne* ce ſont les degrez d'une partie de la circonference d'un cercle quelconque decrit de ſa pointe, compris entre les lignes de cet angle. Ainſi pour determiner la quantité de l'angle rectiligne B A C, on décrira de ſa pointe A une circonference de cercle quelconque B C, & l'arc B C compris entre les lignes A B, A C, ſera la meſure de l'angle A, de ſorte que ſi cet arc BC eſt par exemple de 20 degrez, on dira que l'angle A eſt de 20 degrez. Si l'on avoit décrit de la même pointe A un cercle plus grand ou plus petit, l'arc de ce cercle compris entre les mêmes lignes



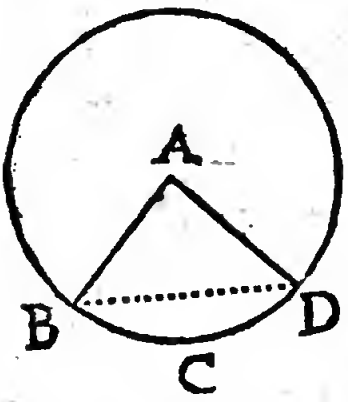
AB, AC, ſeroit toûjours de 20 degrez, car il eſt bien évident que ſi on tire du centre A par les 20 diviſions de l'arc BC des lignes droites, elles diviſeront cet autre arc en 20 parties, qui en repreſenteront 20 degrez.

21. *Secteur* de cercle c'eſt une partie du cercle, terminée par deux Rayons qui ne font pas une même ligne droite, & par une partie de la circonference, cõme ABC. Il eſt évident que ſi les Rayons AB, AC, faiſoient une même ligne droite, le ſecteur deviendroit un demi-cercle, & qu'ainſi un ſecteur de cercle eſt neceſſairement plus grand ou plus petit qu'un demi-cercle.



22. *Segment* de cercle, c'eſt une partie du cercle, terminée par une

ligne droite qui ne paſſe pas par le centre, & par une partie de la circonference, comme B D C. Il eſt évident que ſi la ligne B D paſſoit par le centre, en ſorte qu'elle fût un diametre, le ſegment deviendroit un demi-cercle, & qu'ainſi un ſegment de cercle eſt neceſſairement plus grand ou plus petit qu'un demi-cercle.

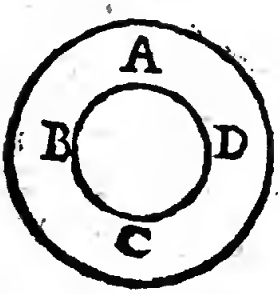


23. *Polygone regulier* c'eſt une figure plane rectiligne de plus de quatre côtez, dont les angles & les côtez ſont égaux. Elle eſt inſcriptible dans un cercle, dont le centre eſt le même que celuy du Polygone, qu'on appelle *Pentagone*, quand il a cinq côtez, *Exagone* quand il en a ſix, *Eptagone* quand il en a ſept, *Octogone* quand il en a huit, *Enneagone* quand il en a neuf, *Decagone* quand il en a dix, *Endecagone* quand

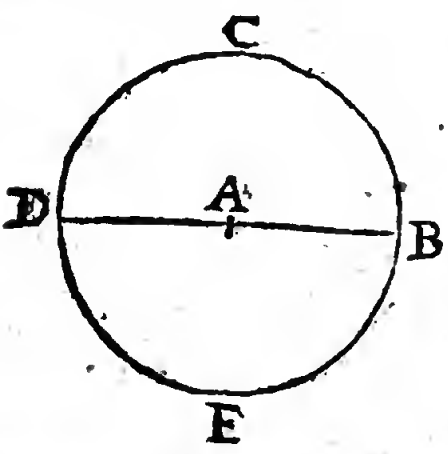
il en a onze, & *Dodecagone* quand il en a douze.

24. *Polygone irregulier* c'eſt une figure plane rectiligne, dont tous les angles ne ſont pas égaux.

25. *Couronne* c'eſt une ſurface plane terminée par les circonferences de deux cercles concentriques, ou qui ont un même centre, comme A B C D.



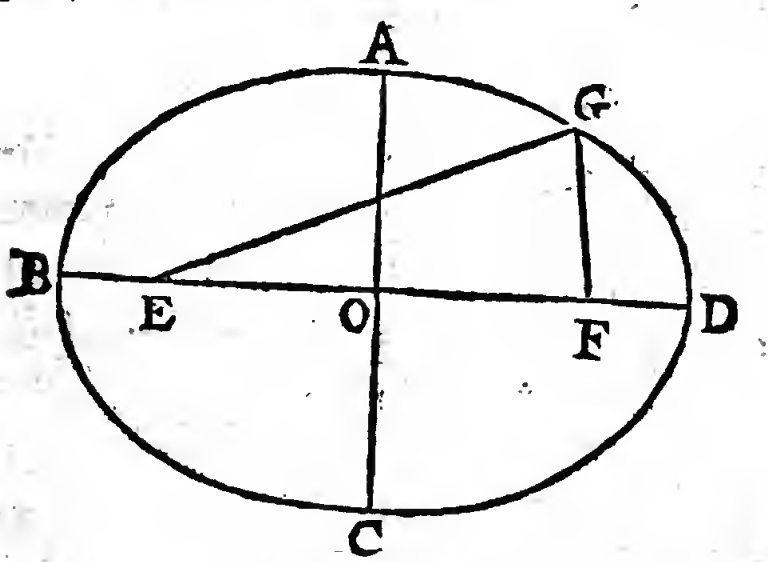
26. *Sphere* ou *Globe*, c'eſt un ſolide qui eſt produit par le mouvement achevé d'un demi-cercle alentour de ſon diametre, lequel à cauſe de cela eſt apellé *Aiſſieu* de la Sphere. Comme ſi alentour du diametre immobile B D, on fait



mouvoir par penſée le demi cercle B D C, l'eſpace que ce demi-cercle parcoura par ſon mouvement achevé, eſt apellé *Sphere*, dont le *centre* A & le *diametre* B D eſt le même que celuy du demi-cercle generateur.

27. *Zone* c'eſt une partie de la ſurface d'une ſphere, terminée par deux cercles égaux & paralleles entre eux: telle eſt cette partie de terre qu'on appelle *Zone torride*, qui eſt terminée par les deux Tropiques.

28. *Ovale Mathematique*, ou *Ellipſe*, c'eſt une figure plane plus

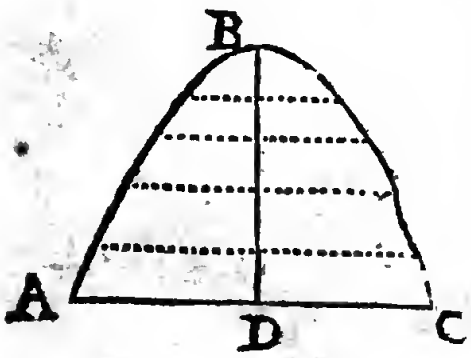


longue que large, terminée par une

ſeule ligne courbe, comme ABCD, au dedans de laquelle il y a ſur la ligne BD, qui en repreſente la longueur, & qu'on nomme *le grand axe*, deux poins E, F, également éloignez du *centr.* O, milieu de l'axe BD, leſquels on nomme *Foyers*, deſquels tirant à un point quelconque G, de la circonference ABCD, les droites EG, FG, leur ſomme EGF eſt préciſément égale au grand axe BD. Toutes les lignes tirées par le centre O & terminées de part & d'autre à la circonference, ſont appellées *Diametres*, dont la plus courte, AB qui repreſente la largeur de l'Ellipſe, ſe nomme *petit axe*, qui eſt toûjours perpendiculaire au grand BD.

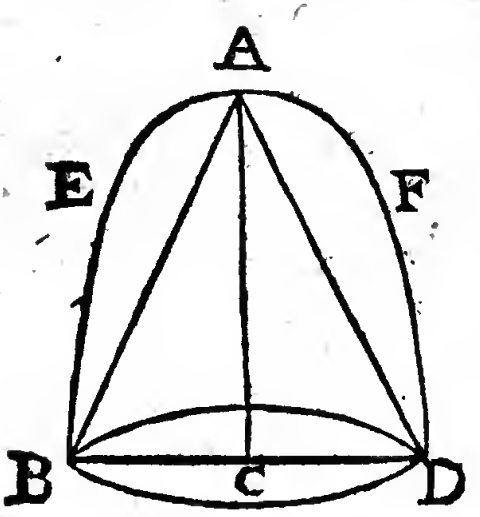
29. *Spheroide* c'eſt un ſolide, qui eſt produit par la circonvolution entiere d'une Ellipſe alentour de l'un de ſes deux axes, lequel à cauſe de cela eſt appellé *Aiſſieu du Spheroïde.*

30. *Parabole* c'eſt une ſurface plane, comme ABC, terminée par la ligne courbe ABC, & par la droite AC apellée *Baſe*, à laquelle tirant au dedans de la Parabole autant de paralleles que l'on voudra, elles ſont toutes diviſées en deux également par le diametre BD, qui diviſe la baſe AC auſſi en deux également, & qu'on nomme *Axe*, quand il eſt perpẽdiculaire à toutes ces paralleles, qu'on apelle *Ordonnées*, & dont les quarrez ſont proportionels aux parties correſpondantes du diametre BD, en les prenant depuis le *Sommet* B.



31. *Paraboloïde* c'eſt un ſolide produit par la circonvolution entiere d'une Parabole alentour de ſon axe, lequel a cauſe de cela eſt apellé

Aiſſieu du Paraboloïde. Il eſt bien évident que la *baſe* de ce Paraboloïde, eſt un cercle, dont le diametre eſt le même que la baſe BD de la Parabole, & que la *hauteur* AC eſt égale à l'axe de la même Parabole. Vous prendrez garde que nous entendons pour la *hauteur* d'une figure, une ligne droite tirée de ſon ſommet à angles droits ſur ſa baſe prolongée quand il en ſera de beſoin.



32. *Pyramide* c'eſt un ſolide terminé en pointe par une ou pluſieurs ſurfaces décrites par le mouvement d'une ligne droite, qui ſe meut alentour d'un point fixe tout le long de la circonference d'un plan apellé *Baſe de la Pyramide*. Ce point fixe ſe nomme *pointe de la Pyramide*,

qu'on appelle *Tetraëde*, quand elle eſt compriſe par quatre triangles égaux équilateraux; mais on l'apelle *Cone*, quand ſa baſe eſt un cercle, & quand elle ſe trouve coupée par un plan parallele à ſa baſe, elle s'apelle *Pyramide tronquée.*

33. *Cylindre* c'eſt un ſolide, qui eſt produit par la circonvolution entiere d'un parallelogramme alentour de l'un de ſes côtez, lequel a cauſe de cela eſt apellé *Aiſſieu du Cylindre.*

34. *Cube*, ou *Exaëdre*, c'eſt un ſolide terminé par ſix quarrez égaux.

35. *Priſme* c'eſt un ſolide qui eſt produit par le mouvement en ligne droite d'un plan parallele, égal, & ſemblable à un autre plan, qui ſert de baſe à ce Priſme: & quand ce même plan eſt une parallelogramme, le Priſme ſe nomme *Parallelepipede.*

36. *Corps regulier* c'eſt un ſolide inſcriptible dans une ſphere, & ter-

miné par des ſurfaces égales, équilaterales, & équiangles. Il y en a ſeulement de cinq ſortes, le *Tetraëdre*, dont nous avons déja donné la definition, *l'Exaëdre*, dont nous avons auſſi donné la definition; *l'Octaëdre*, qui eſt terminé par huit triangles égaux équilateraux; le *Dodecaëdre*, qui eſt terminé par douze pentagones égaux reguliers; & *l'Icoſaëdre*, qui eſt terminé par vingt triangles égaux équilateraux.

Axiomes.

1. Si a des quantitez égales on ajoûte des quantitez égales, les *ſommes* ſeront égales.

2. Si de quantitez égales on ôte des quantitez égales, les *differences* ſeront égales.

3. Si on multiplie des quantitez égales par des quantitez égales, les *produits* ſeront égaux.

4 Si on diviſe des quantitez égales par des quantitez égales, les

quotiens ſeront égaux.

5. Les quantitez égales à une même quantité, ſont égales entre elles.

6. Tous les angles droits ſont égaux entre eux, & chacun eſt de 90 degrez.

THEOREMES.

1. Dans un triangle rectiligne, la ſomme des trois angles eſt de 180 degrez, & l'un des côtez étant prolongez, l'angle exterieur eſt égal à la ſomme des deux interieurs oppoſez, *par* 32. 1.

2. Dans un triangle rectiligne rectangle, le quarré de l'hypotenuſe eſt égal à la ſomme des quarrez des deux autres côtez, *par* 47. 1.

3. Si dans un triangle rectiligne le quarré de l'un des côtez eſt égal à la ſomme des quarrez des deux autres côtez, l'angle oppoſé à ce premier côté ſera droit, *par* 48. 1.

4. Si deux côtez d'un triangle ſont égaux, les angles oppoſez à ces

deux côtez ſeront auſſi égaux, *par* 5. 1.

5. Si deux angles d'un triangle ſont égaux, les côtez oppoſez à ces deux angles ſeront auſſi égaux *par* 6. 1.

6. Dans tout triangle le plus grand côté eſt oppoſé au plus grand angle, *par* 18. 1. & le plus grand angle eſt oppoſé au plus grand côté, *par* 19. 1.

PROBLEMES.

Nous donnerons ſeulement icy les Problemes qui ſont abſolument neceſſaires pour travailler ſur le papier & ſur le terrain.

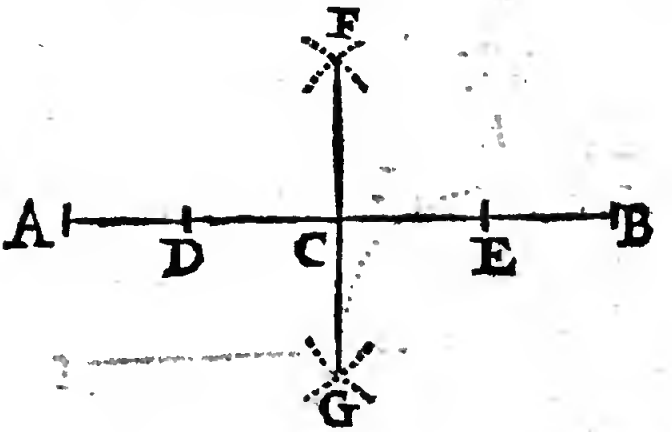
PROBLEME I.

Tirer par un point donné à une ligne donnée une perpendiculaire.

LE point donné peut être dans la ligne donnée, à l'une des extremitez

tremitez de la ligne, ou hors de la ligne donnée. Nous resoudrons chacun de ces trois cas.

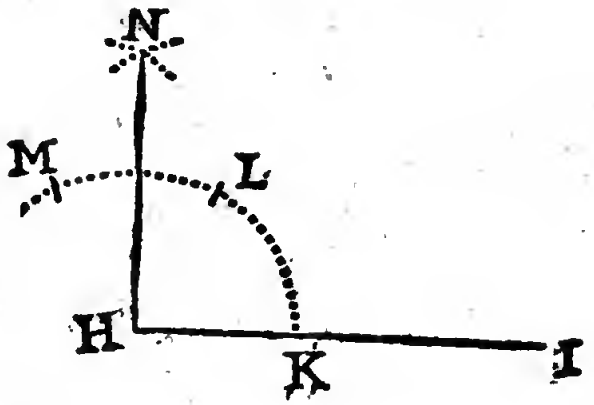
Pour tirer premierement par le point donné C sur la ligne donnée A B une perpendiculaire, prenez



à volonté depuis le point donné C, de part & d'autre sur la ligne donnée A B, les distances égales C D, C E, & décrivez des deux poins D, E, avec une ouverture volontaire du compas, qui soit égale, mais plus grande que C D, ou que C E, deux arcs, qui s'entre-coupent icy aux deux poins F, G, par lesquels vous menerez la droite F G, qui passera par le point donné C, & le-

ra perpendiculaire à la ligne proposée A B.

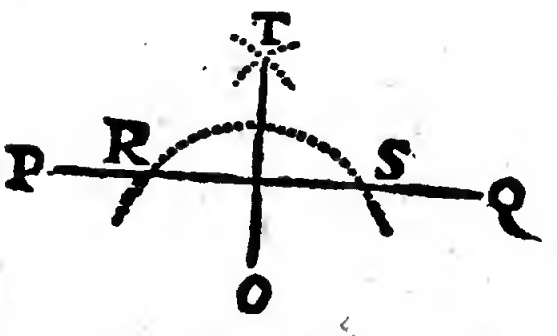
Pour tirer par l'extremité H de la ligne donnée HI, une perpendiculaire, décrivez de l'extremité donnée H avec une ouverture volon-



taire du compas, mais moindre que la ligne donnée HI, une circonference de cercle KLM, qui coupe la ligne donnée HI au point K. Portez la même ouverture du compas sur l'arc KLM, depuis K en L, & depuis L en M. Décrivez des deux poins L, M, avec la même ouverture du compas, si vous voulez, deux arcs, qui se coupent icy au

point N. Enfin tirez la droite H N, qui ſera la perpendiculaire qu'on cherche.

Pour tirer par le point donné O, hors dela ligne donnée PQ, une perpendiculaire, décrivez à diſcretion



du point dõné O, une circonferẽce, qui coupe la ligne donnée en deux poins, comme R, S. Décrivez des deux poins R, S, avec une ouverture volontaire du compas, mais égale, deux arcs qui ſe coupent icy au point T. Enfin tirez la ligne OT, qui ſera perpendiculaire à la ligne propoſée P Q.

PROBLEME II.

Tirer par un point donné à une ligne donnée une parallele.

POur tirer par le point donné C à la ligne donnée AB une parallele, décrivez de ce point donné C l'arc DE, qui raze la ligne

donnée AB. Décrivez avec la même ouverture du compas, du point O pris à discretion sur la ligne donnée AB, l'arc FG. Tirez par le point donné C la droite CH, laquelle razant l'arc FG sera parallele à la ligne proposée AB.

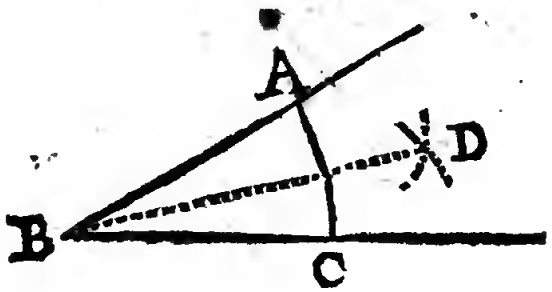
Bien que cette methode soit mecanique, elle est neanmoins excellente pour la pratique, c'est pourquoy nous

ne nous amuſerons pas à en donner une autre.

PROBLEME III.

Diviſer un arc, & l'angle qu'il meſure en deux également.

POur diviſer l'arc AC, ou ſon angle ABC, en deux également, décrivez des deux extremitez A, C, avec une ouverture volon-

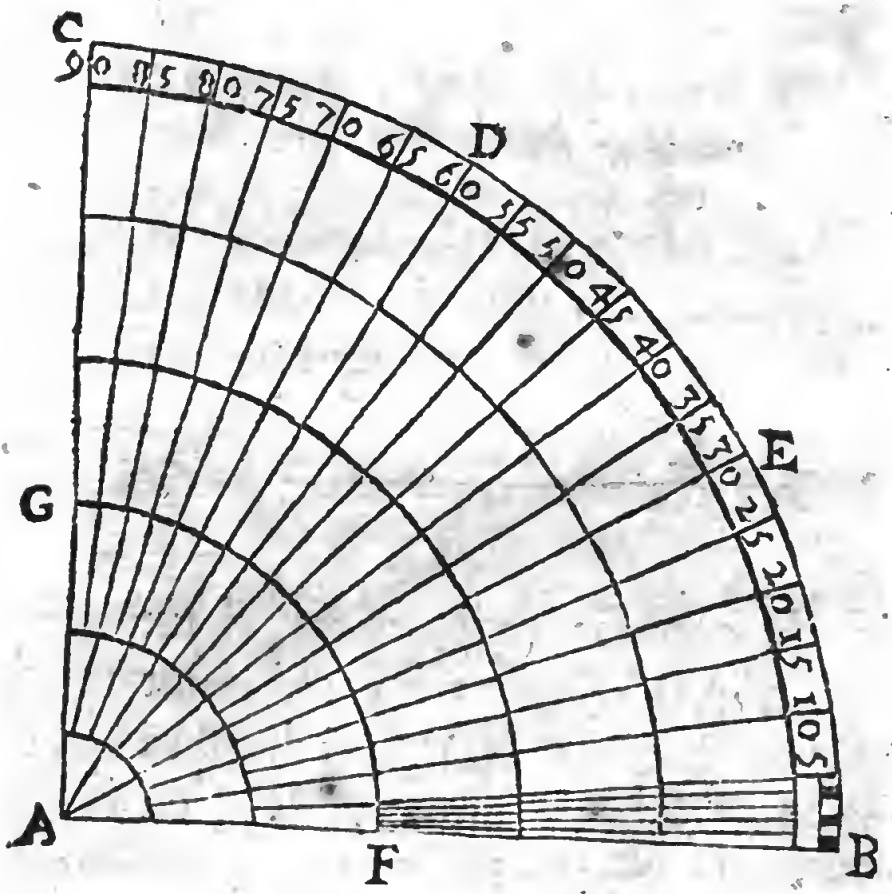


taire du compas, mais égale, deux arcs, qui ſe coupent icy au point D. Tirez la droite BD, qui diviſera l'arc AC, & ſon angle ABC, en deux également.

PROBLEME IV.

Diviſer un Quart de cercle en ſes 90 degrez.

AYant tiré la ligne AB d'une longueur volontaire, décri-



vez de ſon extremité A par l'autre extremité B, l'arc BC, & portez la

même ouverture du compas ſur l'arc B C, depuis B, en D. Puis ayant diviſé l'arc BD en deux également au point E, portez ſa moitié D E ſur le même arc BC, depuis D en C, & vous aurez le quart de cercle terminé BC, que vous diviſerez en ſes 90 degrez par le moyen de ce petit vers,

In tres, in binas, in tres, in quinque ſecato.

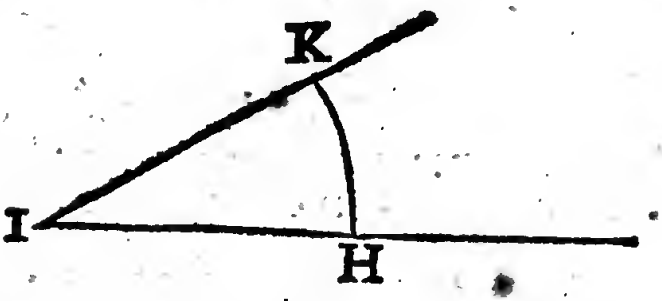
Dont le ſens eſt tel. Diviſez premierement le quart de cercle B C en trois parties égales, comme il ſe trouve déja diviſé aux poins D, E. Diviſez chacune de ces trois parties égales en deux autres, & chacune de ces deux en trois, & enfin chacune de ces trois en cinq, & le quart de cercle BC ſe trouvera diviſé en ſes 90 degrez, d'où l'on tirera au centre A des lignes droites, & on achevera le reſte comme l'on void dans la figure, pour rendre ce quart

de cercle propre à plusieurs usages, dont les principaux seront icy declarez.

PROBLEME V.

Connoistre de combien de degrez est un angle proposé.

POur connoistre de combien de degrez est l'angle proposé H IK, décrivez avec l'ouverture de l'un des demi-diametres des cercles décrits dans le quart de cercle precedent, comme avec l'ouverture du



demi-diametre AF du cercle FG, de la pointe I l'arc HK, & portez cet arc HK sur le même cercle FG, & le nombre des degrez, qui se

trouveront entre les pointes du compas, donnera la quantité de l'arc H K, & par conſequent de l'angle I.

Ou bien tranſportez le quart de cercle ſur le triangle H I K, en ſorte que ſon centre A convienne avec la pointe I, & la ligne A B avec la ligne I H, & alors la ligne I K prolongée s'il en eſt de beſoin, donnera ſur le quart de cercle B C le nombre des degrez de l'angle propoſé H I K.

Si vous voulez vous ſervir du compas de proportion, ayant décrit de la pointe I l'arc H K avec une ouverture volontaire du compas, portez cette même ouverture ſur la ligne des cordes de 60 à 60, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, vous y porterez ſur les mêmes cordes l'arc H K, & le nombre égal des degrez où cette ouverture s'accordera de part & d'autre, donnera la quantité de l'arc H K,

ou de ſon angle H I K.

Scolie.

On peut par une operation toute contraire, faire au point d'une ligne donnée un angle d'autant de degrez que l'on voudra, ou bien prendre ſur la circonference d'un cercle donné un arc, dont le nombre des degrez eſt preſcrit. Comme s'il eſt propoſé de faire au point I de la ligne donnée IH un angle de 30 degrez, décrivez du point I l'arc HK, comme auparavant, & ayant pris ſur le même cercle FG l'ouverture de 30 degrez, portez la ſur l'arc HK depuis H en K, & menez la droite IK, pour avoir en I un angle de 30 degrez.

Ou bien appliquez le centre A de vôtre quart de cercle ſur le point I, en ſorte que la ligne AB convienne avec la ligne IH; & le quart de cercle demeurant ainſi arrêté, marquez un point ſur vôtre papier

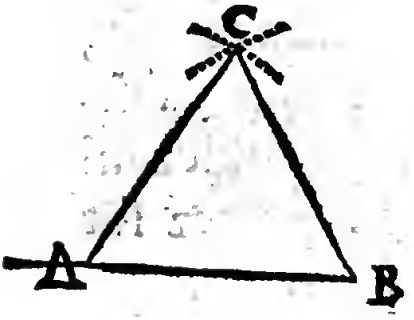
vis-à vis le 30. degré du quart de cercle BC, & tirez par ce point au point donné I la droite IK, qui fera en I avec la ligne proposée IH un angle de 30 degrez.

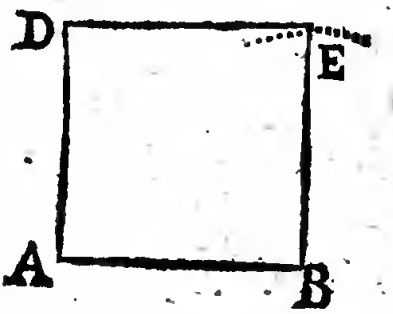
Ayant à vous servir du compas de proportion, décrivez du point donné I l'arc HK d'une ouverture volontaire, que vous porterez sur les cordes de 60 à 60, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur les mêmes cordes la distance de 30 à 30, si vous voulez un angle de 30 degrez, & la portez sur l'arc HK, comme auparavant.

PROBLEME VI.

Décrire sur une ligne donnée un triangle équilateral & un quarré.

PRemierement pour décrire sur la ligne donnée AB un triangle équilateral, décrivez avec l'ou-





verture de la ligne donnée AB, de ses deux extremitez A, B, deux arcs qui se coupent icy au point C, & menez les droites AC, BC, & le triangle ABC sera celuy qu'on cherche.

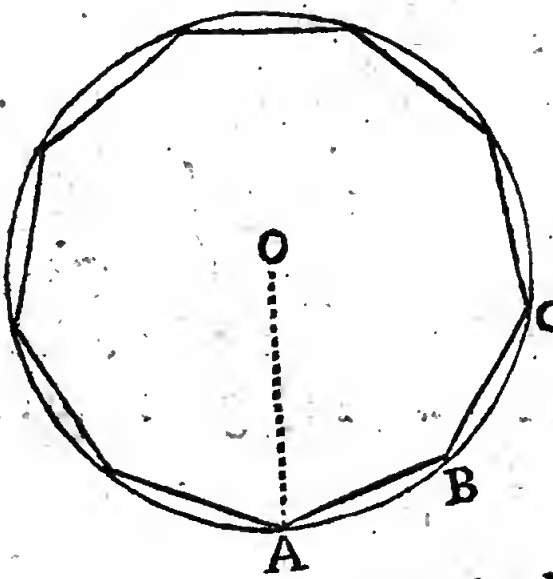
Pour décrire un quarré sur la ligne donnée AB, tirez par l'une de ses extremitez A la droite AD égale & perpendiculaire à la même li-

gne donnée A B. Faites de deux poins D, E, avec l'ouverture de la ligne donnée AB, deux arcs qui ſe coupent icy au point E, & menez les droites BE, DE.

PROBLEME VII.

Décrire un polygone regulier dans un cercle donné.

POur décrire un polygone dans le cercle donné ABC, dont le demi-diametre eſt AO, prenez avec un compas de proportion ou autremẽt, l'arc AB, d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre



du Polygone, ſçavoir de 72 degrez pour un Pentagone, de 60 pour un Exagone, de 51. 26. pour un Eptagone, &c. & la corde AB ſera le côté du Polygone qu'on cherche.

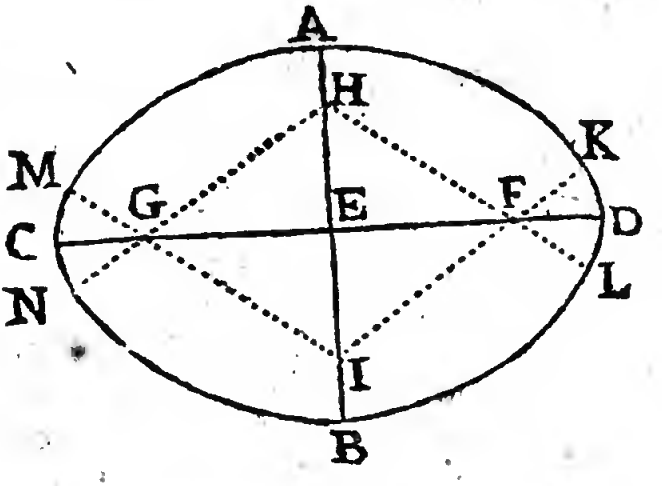
L'angle du centre d'un Polygone ſe trouve en diviſant 360 degrez par le nombre des côtez du Polygone, ſçavoir par 5 pour un Pentagone, par 6 pour un Exagone, par 7 pour un Eptagone, &c.

Si vous voulez vous ſervir du compas de proportion, accommodez le rayon AO de 6 à 6 ſur la ligne des Polygones, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même ligne des Polygones l'ouverture de 5 à 5 pour un Pentagone, de 7 à 7 pour un Eptagone, de 8 à 8 pour un Octogone, &c. & cette ouverture donnera le côté du Polygone qu'on cherche.

PROBLEME VIII.

Alentour de deux diametres donnez decrire une ovale commune.

NOus ſuppoſons que les deux diametres donnez AB, CD, ſe coupent à angles droits & en deux également au point E, qui ſera le centre de l'ovale. Prenez ſur le grand diametre CD les lignes EF, EG, égales chacune à l'excez de



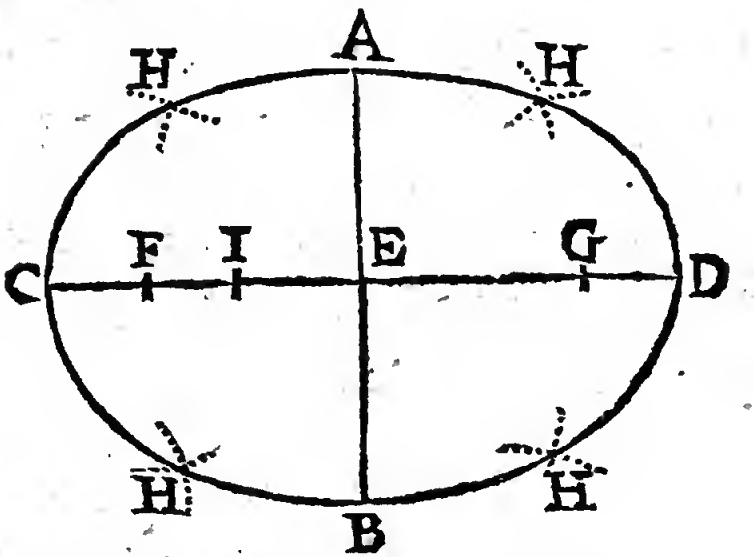
ce grand diametre CD ſur le plus petit AB, & ſur le plus petit AB les lignes EH, EI, égales chacune

aux deux tiers du même excez, c'eſt à dire de EF, ou de EG. Aprés cela tirez des poins H,I, par les poins F, G, les lignes IFL, IFK, qui ſeront terminées en K & en L, en décrivant du point F par le point D l'arc KDL, & les lignes HGN, IGM, qui ſeront terminées en M & en N, en décrivant du point G par le point C l'arc MCN. Enfin décrivez du point H par les poins L, N, l'arc LBN, qui paſſera par le point B, & du point I par les poins M, K, l'arc MAK, qui paſſera par le point A, & vous aurez l'ovale parfaite ABCD.

PROBLEME IX.

Alentour de deux axes donnez décrire une ovale Mathematique.

NOus ſuppoſons comme auparavant, que les deux diametres donnez AB, CD, ſe coupent à angles droits & en deux également



au point E, qui ſera le centre de l'Ellipſe. Portez le grand demi axe EC, ou ED, depuis l'extremité A, ou B, du petit AB, ſur le grand CD, de part & d'autre, aux poins

F, G, qui ſeront les Foyers de l'Ellipſe qu'on veut décrire, par le moyen deſquels on en trouvera autant de poins que l'on voudra en cette ſorte. Décrivez des Foyers F, G, avec une ouverture du compas un plus grande que FC, ou que GD, de côté & d'autre de petits arcs, & portez cette même ouverture ſur le grand axe CD, depuis ſon extremité C en I; & le compas étant ouvert du reſte de l'axe I D, décrivez des mêmes Foyers F, G, d'autres arcs, qui coupent icy les precedens aux poins H, qui ſeront de l'Ellipſe. C'eſt de la même maniere qu'on en trouvera autant d'autres poins qu'on voudra, leſquels étant joins par une ligne courbe, l'Ellipſe ſe trouvera décrite.

SCOLIE.

C'eſt à peu prez de cette même façon que les ouvriers décrivent une Ellipſe ſur terre, en plantant

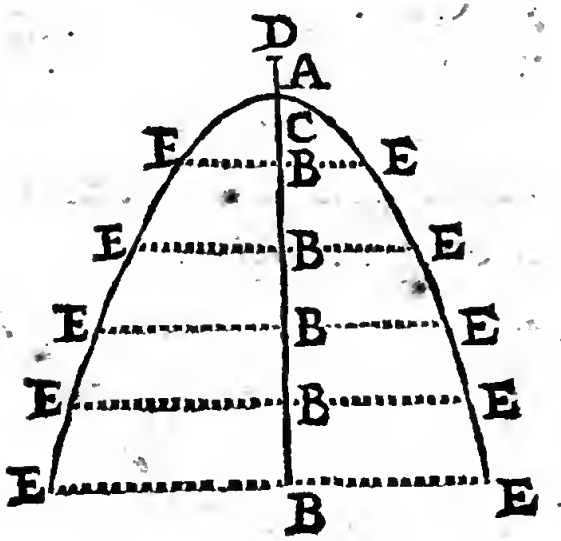
deux clous aux Foyers F, G, & en attachant à ces deux clous deux cordeaux liez & égaux enſemble au grand axe CD : car ainſi étendant ces deux cordeaux, & les faiſant mouvoir alentour des deux clous où ils ſont attachez, ils décrivent tout d'un coup l'Ellipſe.

PROBLEME X.

Décrire une Parabole ſur un axe donné.

POur décrire une Parabole par le point A de l'axe donné AB, prenez ſur cet axe AB prolongé, les lignes égales AC, AD, grandes ou petites, ſelon que vous voudrez une Parabole plus ou moins ouverte. Prenez ſur le même axe AB au deſſous du ſommet A autant de poins B differens que vous voudrez trouver de poins de la Parabole. Tirez par ces poins B ſur le même axe AB les perpendiculaires EE,

ſur leſquelles on marquera les poins E de la Parabole en portant les



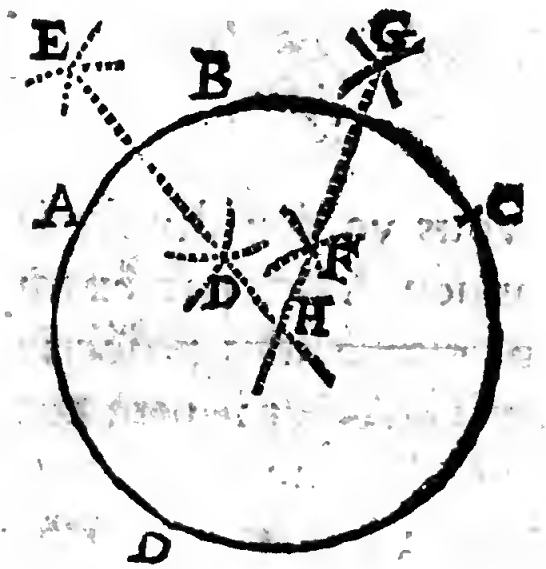
diſtances D B depuis le Foyer C de part & d'autre ſur leurs perpendiculaires correſpondantes.

PROBLEME XI.

Faire paſſer par trois poins donnez une circonference de cercle.

IL ne faut pas que les trois poins donnez A, B, C, ſoient en ligne droite, autrement le Probleme ſe-

roit impoſſible. Décrivez des deux poins A , B , avec une ouverture

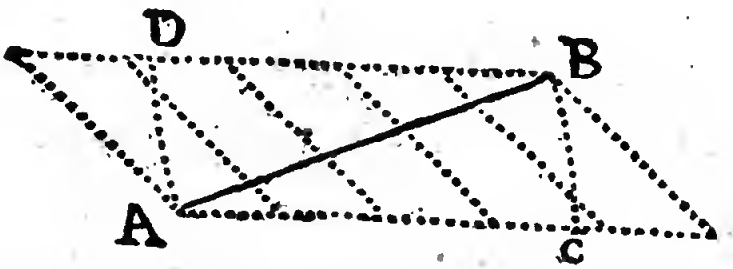


volontaire du compas , deux arcs de côté & d'autre, & par leurs poins de ſection D , E , menez la droite D E. Faites-en autant des deux poins B , C , & par les poins de ſection F , G , mênez la droite F G, qui coupe icy la premiere D E au point H , qui ſera le centre du cercle , qu'on veut décrire. Si donc on décrit du centre H par le point donné A une circonference de cercle, elle paſſera par les deux autres poins donnez B, C.

PROBLEME XII.

Diviſer une ligne donnée en parties égales.

SI vous voulez diviſer la ligne donnée AB, par exemple en cinq parties égales, décrivez de l'extremité A par l'autre extremité B, l'arc BC d'une grandeur volontaire, & de l'extremité B par l'extremité A l'arc AD égal au prece-



dent BC. Menez les droites indefinies AC, BD, pour y parcourir depuis leurs extremitez A, B, cinq patties égales d'une grandeur volontaire. Menez par les poins de diviſion oppoſez des lignes droites,

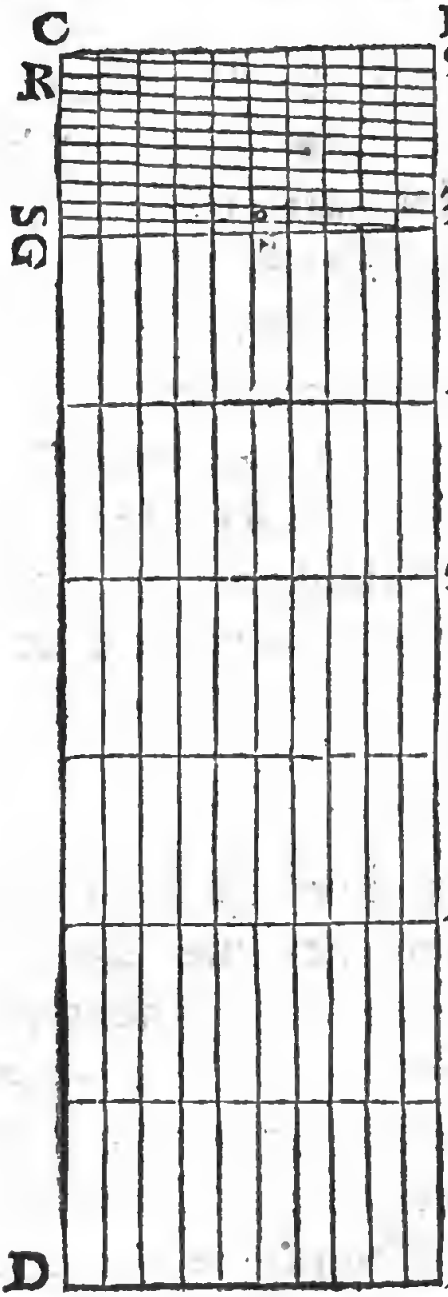
ui diviſeront la ligne propoſée AB
n cinq parties égales.

Si vous voulez vous ſervir du
ompas de proportion, portez la
ongueur de la ligne donnée AB
ur la ligne des parties égales, en
orte qu'elle réponde de côté &
l'autre à un même nombre qui ſoit
iviſible par cinq, comme à 100, &
e compas de proportion demeurant
inſi ouvert, l'ouverture de 20 à 20,
ui ſont la cinquiéme partie de 100,
ra auſſi la cinquiéme partie de la
gne propoſée AB.

Scolie.

Par le moyen de ce Probleme on
onſtruira aiſément une Echelle
ropre à y prendre de grandes me-
ures & leurs parties aliquotes, en-
re leſquelles celles qui procedent
e 10 en 10 ſont les plus commodes
ans l'uſage. Comme ſi on veut
iviſer la ligne AB en 7 toiſes, &
haque toiſe en 10 parties égales,

& chaque dixiéme partie en 10 autres parties égales plus petites, en



ſorte qu'on veüille conſtruire une Echelle dãs laquelle on puiſſe prendre exactemẽt les centiémes parties d'une toiſe. Diviſez en premier lieu la ligne A B en 7 parties égales, dont chacune repreſentera une toiſe, & diviſez l'une de ces parties, c'eſt à dire une toiſe en 10 parties égales, pour avoir les dixiémes

nes parties d'une toiſe : Mais pour voir les dixiémes parties de ces dix lernieres, c'eſt à dire les centiémes parties d'une toiſe, faites ainſi.

Tirez à volonté des extremitez A, B, les deux paralleles indefinies AD, BC, & y prenez 10 parties égales d'une grandeur volontaire. Menez par les poins de diviſion oppoſez des lignes, qui ſeront égales & paralleles à la ligne AB, dont la derniere ſera CD, ſur laquelle on tranſportera les toiſes de la ligne AB, & on tirera par les poins de diviſion oppoſez des lignes égales & paralleles aux deux AD, BC, qui diviſeront le parallelograme ABCD en 7 autres parallelogrames plus petits. Tranſportez encore les ſix parties égales de la premiere diviſion B1 de la ligne AB ſur la premiere CG de la ligne CD, & menez des lignes droites & paralleles entre elles d'un point à l'autre, en ſorte que la premiere paſſe par le

point C, & la derniere par le point 1, & l'Echelle ſera parfaite, dont l'uſage ſera tel.

Pour prendre ſur l'Echelle, par exemple 6 toiſes & $\frac{1}{10}$ vous les prendrez ſur la ligne AB, depuis A juſques au point 2 : & pareillement pour prendre 6 toiſes & $\frac{2}{10}$, vous les prendrez ſur la même ligne AB depuis le point A juſques au point 8. Mais ſi outre ces $\frac{2}{10}$ vous voulez prendre $\frac{3}{100}$ vous les prendrez ſur la troiſiéme parallele à la ligne AB, depuis la ligne AD juſqu'à la ligne 8 R, &c.

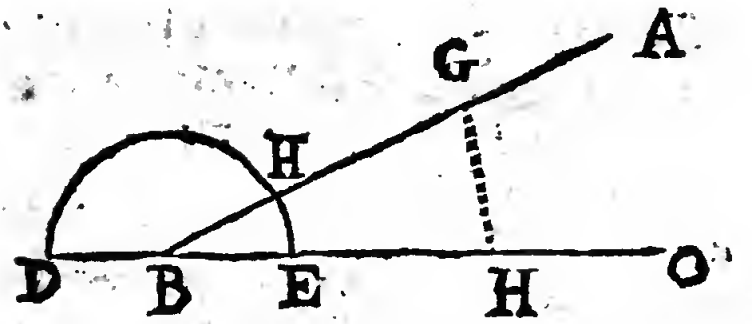
Nous n'avons pas donné la demonſtration de toutes ces pratiques, parce qu'elles ſont communes, & que la demonſtration n'eſt pas difficile à trouver à ceux qui entendent les Elemens d'Euclide.

PROBLEME XIII.

Mesurer un angle accessible sur la terre.

UN angle accessible sur la terre se peut mesurer en plusieurs manieres, entre lesquelles nous choisirons celles qui sont les plus commodes, & de plus grand usage.

Proposons en premier lieu l'angle accessible ABC dans l'air, ou



sur la terre, que nous supposerons imaginaire, comme si l'œil en B regardoit les deux poins A, C, par les deux rayons visuels BA, BC, qui font au point B l'angle imaginaire A B C. Cet angle A B C peut être

connu tres-facilement par le moyen du Demi-cercle, dõt les Ingenieurs ſe ſervent ordinairement. Car ſi on place le centre du Demi-cercle à la pointe B de l'angle ABC, en ſorte que ſon diametre DE convienne avec l'une des deux lignes BA, BC, comme avec la ligne BC, ce qui arrivera lorſque par les trous des deux pinules qui ſont ſur le diametre DE, on pourra voir le point C. Aprés cela le demi-cercle Demeurant ainſi arrêté, on tourenra la regle du Demi-cercle vers l'autre point A, en ſorte que par les trous des deux pinules, qui ſont ſur la méme regle, on puiſſe voir le point A; & l'arc EF du Demi-cercle, compris entre le diametre & la regle, donnera la quantité de l'angle propoſé ABC.

C'eſt de la même façon que l'on meſurera un angle réel ſur terre, comme ſeroit l'angle de deux murailles: mais quand on n'a point de

mi-cercle, on pourra prendre
:s-facilement cet angle par le
oyen de la Table ſuivante, que
us avons tirée de la fortification
Comte de Pagan.

Prenez ſur les côtez BA, BC, les
ux lignes BG, BH, chacune de
pieds, & meſurez la baſe GH,
ii ſoit par exemple de 20 pieds &
pouces: cherchez dans la Table la
ſe de 20 pieds & 4 pouces, & vous
ouverez qu'il luy répond environ
.38e pour la quantité de l'angle
opoſé ABC.

toûjours compris par deux côtez de 30 pieds.

Bases		Angles	
Pied	Pouce	D.	M.
0	2	0	19
0	4	0	38
0	6	0	57
0	8	1	8
0	10	1	36
1	0	1	55
1	2	2	24
1	4	2	33
1	6	2	52
1	8	3	11
1	10	3	30
2	0	3	49
2	2	4	8
2	4	4	28
2	6	4	47
2	8	5	6
2	10	5	25
3	0	5	44
3	2	6	3
3	4	6	22
3	6	6	41
3	8	7	0
3	10	7	20

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M
4	0	7	39
4	2	7	58
4	4	8	17
4	6	8	36
4	8	8	55
4	10	9	14
5	0	9	34
5	2	9	53
5	4	10	12
5	6	10	31
5	8	10	50
5	10	11	9
6	0	11	29
6	2	11	48
6	4	12	8
6	6	12	27
6	8	12	46
6	10	13	5
7	0	13	24
7	2	13	43
7	4	14	2
7	6	14	22
7	8	14	41
7	10	15	0

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
8	0	15	20
8	2	15	39
8	4	15	58
8	6	16	18
8	8	16	37
8	10	16	56
9	0	17	15
9	2	17	34
9	4	17	54
9	6	18	13
9	8	18	32
9	10	18	52
10	0	19	11
10	2	19	30
10	4	19	50
10	6	20	19
10	8	20	29
10	10	20	48
11	0	21	8
11	2	21	27
11	4	21	46
11	6	22	6
11	8	22	25
11	10	22	45

Bases		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
12	0	23	5
12	2	23	24
12	4	23	44
12	6	24	3
12	8	24	32
12	10	24	42
13	0	25	1
13	2	25	21
13	4	25	41
13	6	26	1
13	8	26	20
13	10	26	40
14	0	26	59
14	2	27	18
14	4	27	38
14	6	27	58
14	8	28	18
14	10	28	38
15	0	28	57
15	2	29	17
15	4	29	37
15	6	29	56
15	8	30	16
15	10	30	36

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
16	0	30	56
16	2	31	16
16	4	31	36
16	6	31	56
16	8	32	16
16	10	32	35
17	0	32	55
17	2	33	15
17	4	33	35
17	6	33	55
17	8	34	15
17	10	34	35
18	0	34	55
18	2	35	15
18	4	35	35
18	6	35	55
18	8	36	15
18	10	36	35
19	0	36	55
19	2	37	15
19	4	37	36
19	6	37	56
19	8	38	16
19	10	38	36

Bases		Angles	
Pi d.	*Pouce*	°D.	M.
20	0	38	56
20	2	39	17
20	4	39	38
20	6	39	58
20	8	40	18
20	10	40	38
21	0	40	59
21	2	41	19
21	4	41	40
21	6	42	0
21	8	42	20
21	10	42	40
22	0	43	1
22	2	43	22
22	4	43	42
22	6	44	3
22	8	44	24
22	10	44	44
23	0	45	5
23	2	45	26
23	4	45	46
23	6	46	7
23	8	46	28
23	10	46	48

Baſes		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M
24	0	47	9
24	2	47	30
24	4	47	51
24	6	48	12
24	8	48	33
24	10	48	54
25	0	49	15
25	2	49	36
25	4	49	57
25	6	50	18
25	8	50	39
25	10	51	0
26	0	51	21
26	2	51	42
26	4	52	3
26	6	52	24
26	8	52	4
26	10	53	8
27	0	53	29
27	2	53	51
27	4	54	12
27	6	54	34
27	8	54	55
27	10	55	16

Baſes		Angles	
Pi a.	*Pouce*	D.	M.
28	0	55	38
28	2	56	0
28	4	56	22
28	6	56	43
28	8	57	5
28	10	57	26
29	0	57	48
29	2	58	10
29	4	58	32
29	6	58	54
29	8	59	16
29	10	59	38
30	0	60	0
30	2	60	22
30	4	60	44
30	6	61	6
30	8	61	28
30	10	61	50
31	0	62	13
31	2	62	35
31	4	62	58
31	6	63	20
31	8	63	43
31	10	64	5

Bases		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
32	0	64	28
32	2	64	50
32	4	65	13
32	6	65	36
32	8	65	58
32	10	66	21
33	0	66	44
33	2	67	7
33	4	67	30
33	6	67	53
33	8	68	16
33	10	68	39
34	0	69	2
34	2	69	25
34	4	69	48
34	6	70	12
34	8	70	35
34	10	70	59
35	0	71	22
35	2	71	46
35	4	72	10
35	6	72	33
35	8	72	56
35	10	73	20

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
36	0	73	44
36	2	74	8
36	4	74	32
36	6	74	56
36	8	75	20
36	10	75	44
37	0	76	9
37	2	76	33
37	4	76	57
37	6	77	22
37	8	77	46
37	10	78	9
38	0	78	35
38	2	79	0
38	4	79	25
38	6	79	50
38	8	80	15
38	10	80	40
39	0	81	5
39	2	81	30
39	4	81	35
39	6	82	20
39	8	82	46
39	10	83	12

Bases		Angles	
Pied.	Pouce	D	M.
40	0	83	37
40	2	84	3
40	4	84	29
40	6	84	54
40	8	85	20
40	10	85	46
41	0	86	13
41	2	86	39
41	4	87	5
41	6	87	32
41	8	87	58
41	10	88	25
42	0	88	51
42	2	89	18
42	4	89	45
42	6	90	12
42	8	90	39
42	10	91	6
43	0	91	33
43	2	92	1
43	4	92	29
43	6	92	56
43	8	93	24
43	10	93	52

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
44	0	94	20
44	2	94	48
44	4	95	16
44	6	95	45
44	8	96	13
44	10	96	42
45	0	97	11
45	2	97	40
45	4	98	9
45	6	98	38
45	8	99	8
45	10	99	37
46	0	100	6
46	2	100	36
46	4	101	6
46	6	101	36
46	8	102	7
46	10	102	37
47	0	103	8
47	2	103	39
47	4	104	10
47	6	104	41
47	8	105	12
47	10	105	44

Baſes		Angles	
Pied.	*Pouce*	D.	M.
48	0	106	16
48	2	106	48
48	4	107	20
48	6	107	52
48	8	108	25
48	10	108	57
49	0	109	30
49	2	110	4
49	4	110	37
49	6	111	11
49	8	111	44
49	10	112	18
50	0	112	53
50	2	113	28
50	4	114	3
50	6	114	38
50	8	115	14
50	10	115	49
51	0	116	26
51	2	117	2
51	4	117	39
51	6	118	16
51	8	118	53
51	10	119	31

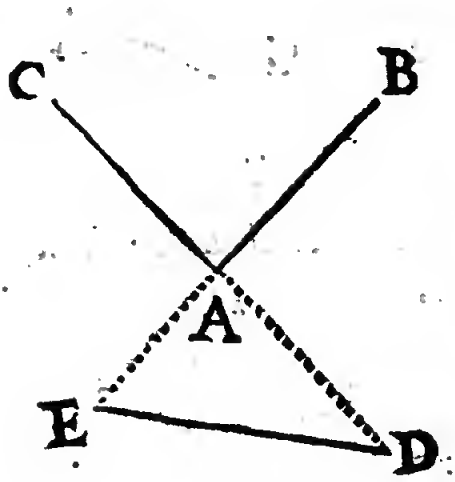
Bases		Angles	
Pied	*uce*	*D.*	M.
52	0	120	9
52	2	120	47
52	4	121	26
52	6	122	6
52	8	122	45
52	10	123	25
53	0	124	6
53	2	124	47
53	4	125	28
53	6	126	10
53	8	126	52
53	10	127	35
54	0	128	19
54	2	129	3
54	4	129	48
54	6	130	33
54	8	131	19
54	10	132	6
55	0	132	53
55	2	133	44
55	4	134	30
55	6	135	20
55	8	136	11
55	10	137	3

Bases		Angles	
Pied	*Pouce*	D.	M.
56	0	137	57
56	2	138	49
56	4	139	44
56	6	140	40
56	8	141	38
56	10.	142	36
57	0	143	36
57	2	144	39
57	4	145	43
57	6	146	48
57	8	147	57
57	10	149	8
58	0	150	20
58	2	151	36
58	4	152	55
58	6	154	19
58	8	155	48
58	10	157	22
59	0	159	3
59	2	160	53
59	4	162	54
59	6	165	12
59	8.	167	48
59	10	171	28.

PROBLEME XIV.

Meſurer un angle inacceſſible ſur la terre.

POur meſurer l'angle inacceſſible A, dont on peut voir les deux côtez AB, AC, plantez un piquet en quelque lieu commode, comme en D, en ſorte que les trois poins D, A, C, ſoient en ligne droite,



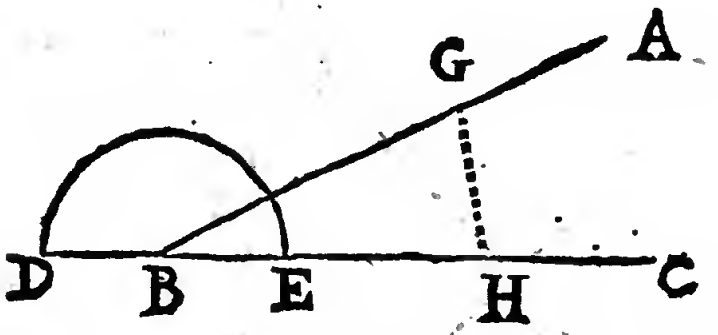
& un autre au point E, en ſorte que pareillement les trois poins E, A, B, ſoient en ligne droite. Meſurez par le Probleme precedent, les angles acceſſibles D, E, & ôtez leur ſomme de 180 degrez, il eſt évident par 32. 1. que le reſte ſera la quantité

de l'angle A qu'on cherche.

PROBLEME XV.

Faire à un point donné d'une ligne donnée sur la terre un angle d'une grandeur donnée.

SOit le point donné B dans la ligne donnée BC sur la terre, & qu'il faille faire à ce point B avec



la ligne donnée BC, un angle qui soit par exemple de 45 degrez. Ayant posé le demi cercle, comme la figure vous montre, & comme il a esté dit au *Probl.* 13. Mettez la regle mobile sur le 45. degré, en comptant les degrez depuis E, &

faites planter ſur terre un piquet en quelque lieu commode, comme en A, en ſorte que ce piquet puiſſe être vû par les deux pinules qui ſont ſur la regle; il eſt évident par la meſure de l'angle, que l'angle ABC, qui ſe trouvera ainſi ſur la terre ſera de 45 degrez, comme il eſtoit propoſé.

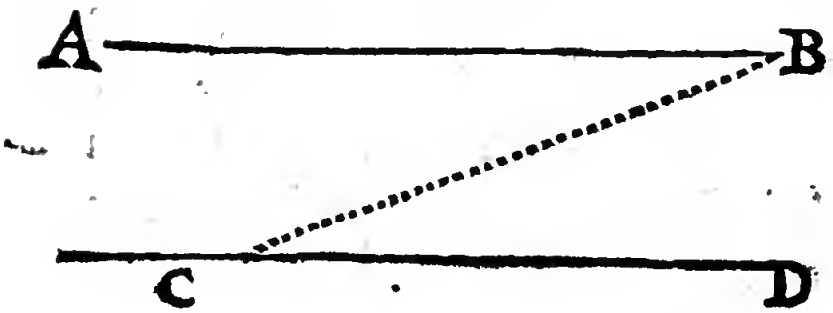
Si vous n'avez point de demi-cercle, ſervez-vous de la table precedente, & faites ainſi. Plantez un piquet en H ſur la ligne donnée BC, en ſorte que BH ſoit toûjours de 30 pieds. Plantez encore au point B un piquet, pour y attacher un cordeau long de 30 pieds, c'eſt à dire égal à BH, & parce qu'il eſt propoſé de faire en B un angle de 45 degrez dont la baſe ſe trouve dans la table precedente d'environ 23 pieds, attachez en H un cordeau de 23 pieds, & l'étendez juſqu'à ce qu'il rencontre le cordeau qui part du point B, & qui doit auſſi être étendu, en quelque point, comme

en G, où vous planterez un piquet, & alors l'angle GBH, qui ſe forme ainſi ſur la terre, ſera neceſſairement de 45 degrez, à cauſe des deux côtez BG, BH, qui ſont de 30 pieds, & de la baſe GH de 23 pieds, telle que doit être la baſe d'un angle de 45 degrez.

PROBLEME XVI.

Tirer par un point donné à une ligne donnée acceſſible ſur la terre une parallele.

POur tirer à la ligne donnée AB acceſſible au point B, par le



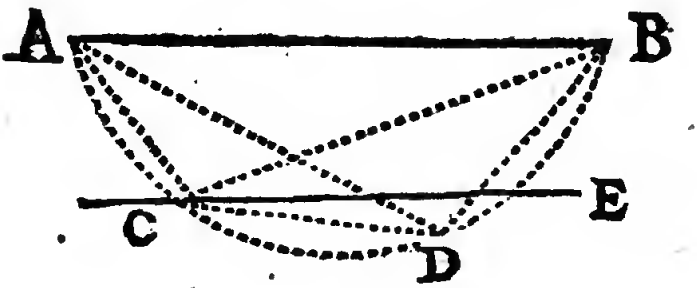
point donné C, une parallele, meſu-

rez par le *Probl.* 13. l'angle accessible ABC, & par le Probleme precedent faites au point C avec la ligne CB l'angle BCD égal au precedent ABC, par la ligne CD, laquelle par 27. 1. sera parallele à la ligne proposée AB.

PROBLEME XVII.

Tirer par un point donné à une ligne donnée inaccessible sur la terre, une parallele.

POur tirer à la ligne donnée inaccessible AB, par le point don-



né C, une parallele, mesurez par

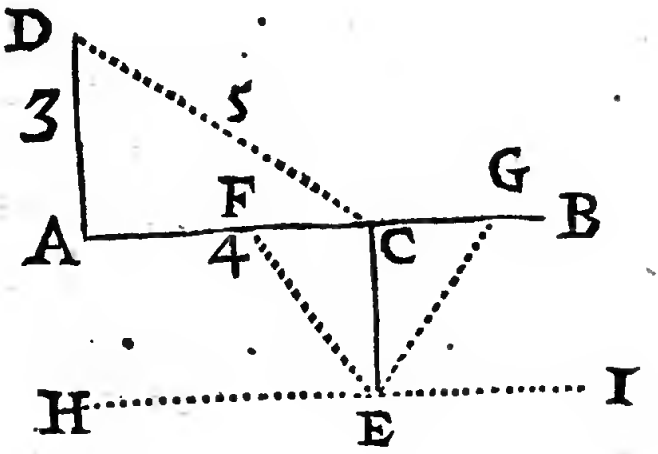
Probl. 13. l'angle acceſſible ACB, & choiſiſſez ſur terre le point D, en ſorte que l'angle ADB ſoit égal au precedent ACB, afin que les quatre poins A, C, D, B, ſoient dans la circonference d'un même cercle, par l'inverſe de 21. 3. Aprés cela faites, par *Probl.* 15. au point C, avec la ligne CB, l'angle BCE égal à l'angle acceſſible ADC, par la droite CE, qui ſera parallele à la propoſée AB.

Car puiſque les deux angles égaux ACB, ADB, ſont dans un même ſegment de cercle, l'angle ADC, ou BCE ſon égal, ſera égal à l'angle ABC, par 21. 3. C'eſt pourquoy, par 27 1. les lignes AB, CE, ſeront paralleles.

PROBLEME XVIII.

Tirer par une point donné à une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire.

PRemierement si le point donné A est sur la ligne donnée AB, on luy tirera une perpendiculaire par le point donné A, en faisant



par *Probl.* 15. au même point A, un angle de 90 degrez, par la droite AD, laquelle par consequent sera perpendiculaire à la proposée AB, ou bien en cette sorte.

Ayant pris ſur la ligne donnée AB depuis A juſques en C, la longueur de 4 toiſes, attachez au point donné A un cordeau long de 3 toiſes, & au point C un autre cordeau long de 5 toiſes. Il eſt évident par 48.1. que ſi on étend ces deux cordeaux, en ſorte qu'on joigne enſemble leurs deux extremitez, on aura le point D de la perpendiculaire qu'on cherche.

Mais ſi le point eſt donné hors de la ligne donnée, comme E, on y attachera un cordeau d'une longueur volontaire, pourvû qu'il ſoit aſſez long, pour pouvoir étant étendu couper la ligne donnée AB, en deux poins, comme F, G, ce qu'il ne ſera pas difficile de faire, quand même la ligne propoſée AB ne ſera que par imagination. Car ſi on diviſe la diſtance FC en deux également au point C, la ligne EC ſera la perpendiculaire qu'on cherche, à cauſe des deux triangles égaux

ECF, ECG, &c.

PROBLEME XIX.

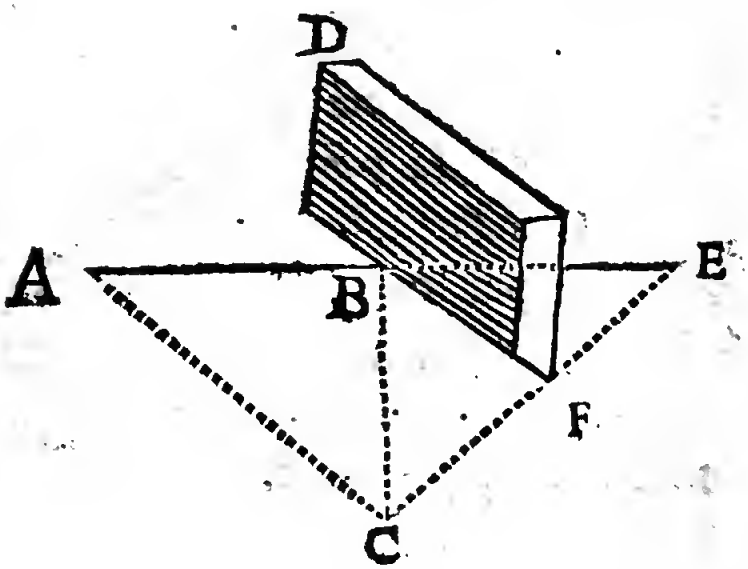
Tirer par un point donné à une ligne donnée inacceſſible ſur la terre, une perpendiculaire.

POur tirer par la ligne donnée inacceſſible AB, de la figure precedente, une perpendiculaire par le point donné E, tirez par ce même point donné E à la ligne donnée AB, la parallele HI, par *Probl.* 16. à laquelle on tirera par *Probl.* 18. par le même point donné E, la perpendiculaire EC, qui ſera auſſi perpendiculaire à la ligne donnée AB, par 29. 1.

PROBLEME XX.

Prolonger une ligne donnée ſur la terre, lorſqu'il y a quelque empêchement.

IL ſeroit facile par la vûe de prolonger la ligne donnée A B au dela du point B, ſi la muraille FD ne ſervoit d'obſtacle, tant pour ti-



rer la ligne, que pour conduire la vûe ; dans ce cas, on tirera, par *Probl.* 18. à la ligne AB, par le point B, pris à diſcretion ſur cette même

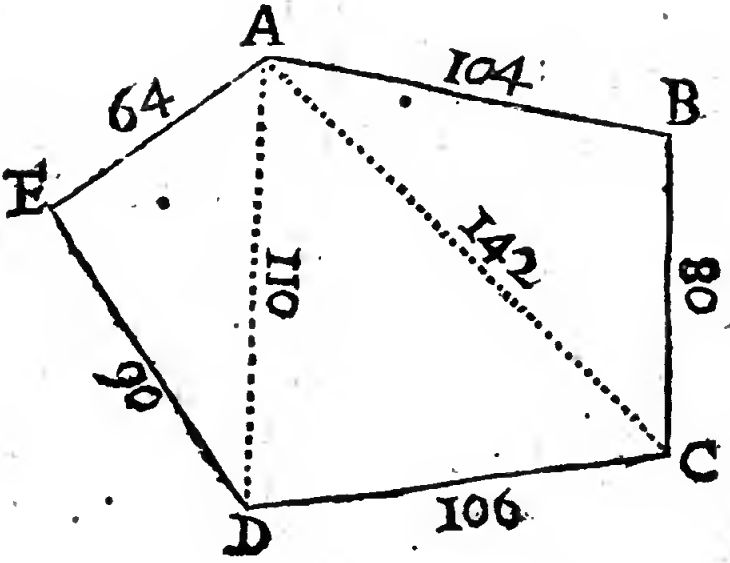
ligne, la perpendiculaire B C, d'une longueur volontaire, & ſi longue que de ſon extremité C on puiſſe voir au delà de la muraille FD, afin que faiſant par *Probl.* 15. en cette même extremité C, avec la perpendiculaire BC, l'angle BC E égal à l'angle BCA, par la ligne CE égale à la ligne CA, on ait le point E par où la ligne propoſée AB étant prolongée paſſera neceſſairement, à cauſe du triangle BCE égal au triangle ABC, &c.

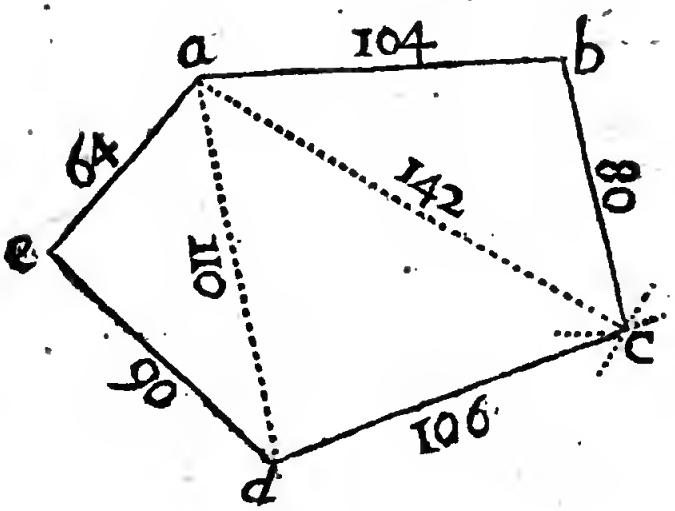
PROBLEME XXI.

Lever le Plan d'une Place acceſſible.

PRemierement ſi l'on peut entrer au dedans de la Place acceſſible, comme ABCDE, on la reduira en triangles par les deux diagonales AC, AD, dont on meſurera la longueur, auſſi bien que celle des côtez : nous les ſuppoſe-

ſerons icy d'autant de toiſes que





vous les voyez marquez dans la figure.

Pour décrire ſur le papier un plan

emblable au propoſé ABCDE, on acourcira chaque triangle, l'un prés l'autre, pour avoir ainſi tout e plan racourcy & ſemblable au grand. Pour cette fin preparez une chelle de toiſes, grande ou peti-e, ſelon la grandeur que vous voudrez donner aux lignes du plan que vous voulez repreſenter ſur le papier. Aprés cela tirez ſur le papier la igne a b de 104 parties priſes ſur l'échelle, pour les 104 toiſes du grand côté A B. Décrivez en ſuite du point b un arc à l'ouverture de 80 parties pour les 80 toiſes du côté B C, qui avec le premier AB forme le triangle ABC, & un autre du point a à l'ouverture de 142 parties pour les 142 toiſes de la diagonale AC, & la ſection de ces deux arcs donnera le point c, qui repreſentera le point C de la grande figure: c'eſt pourquoy ſi on tire les lignes c a, c b, on aura le triangle abc ſemblable au grand ABC. C'eſt de la

même façon que l'on racourcira le triangle ſuivant ACD, & en ſuite le triangle ADE, pour avoir ainſi toute la figure propoſée reduite en petit volume.

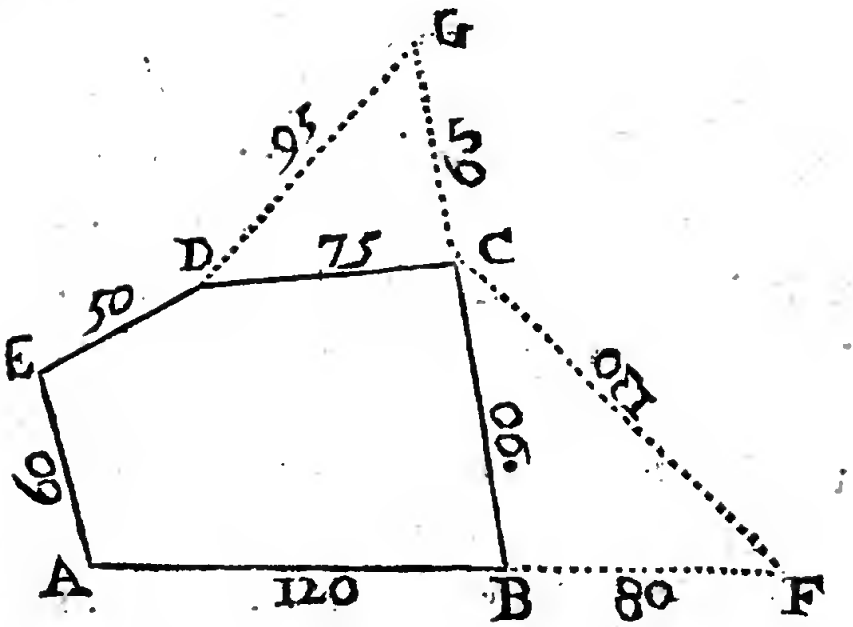
Si la figure propoſée eſt bornée par quelques lignes courbes, prenez ces lignes courbes pour droites, quand il y aura peu de difference: autrement rendez-les comme inſenſibles par pluſieurs petites lignes droites, que vous formerez auprés du bord de la figure, pour la partager en triangles, & pour achever le reſte comme nous venons de dire.

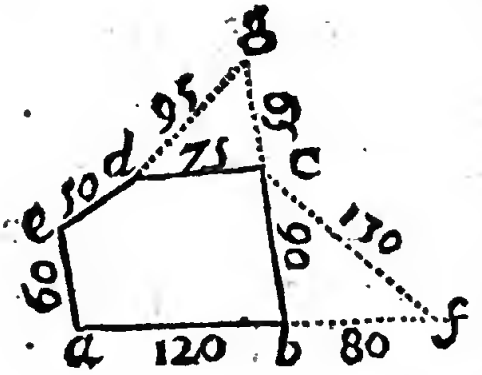
S il n'eſt pas permis d'aller au dedans de la figure, en ſorte qu'on ne puiſſe pas meſurer les diagonales, on levera le plan par le dehors, en meſurant les côtez avec un cordeau, ou mieux avec une chaîne, & les angles avec un demi-cercle: aprés quoy on tracera ce plan ſur le papier, en prenant ſes côtez d'au-

ınt de parties priſes ſur l'échelle u'ils auront de toiſes, & en faiınt ſes angles tels qu'on les aura rouvez ſur le terrain ; car ainſi ces eux figures, la grande ſur le terain, & la petite ſur le papier ſeont ſemblables, à cauſe de l'égalié de leurs angles, & de la proporion de leurs côtez.

Mais comme il eſt aiſé de manquer, tant en prenant les angles ſur a terre, qu'en les décrivant ſur le apier, & qu'une petite erreur à 'égard des angles apporte une diffe-ence conſiderable, il vaudra mieux e ſervir de la methode ſuivante, qui n'a toûjours bien réüſſi, lorſque j'ay pris un peu de ſoin à la bien executer.

Propoſons donc le plan ABCD EF, qui ſoit ſeulement acceſſible par le dehors, ce qui n'empêchera pas qu'on ne puiſſe meſurer les côtez que nous ſuppoſerons d'autant de toiſes que vous les voyez icy





marqué. Prolongez l'un des côtez, comme AB, en F, d'une distance volõtaire, comme de 80 toises, plus ou moins selon la commodité du terrain, & la longueur de l'autre côté BC, qui ne doit pas être beaucoup different de la ligne BF, pour lever le plan plus exactement, & mesurez la ligne FC, qui soit par exemple

ple de 130 toiſes. Prolongez auſſi à volonté le côté BC en G, comme de 65 toiſes, & meſurez la ligne GD, que nous ſuppoſerons de 95 toiſes. Vous pourriez auſſi prolonger le côté ſuivant CD, & les autres par ordre, s'il en reſtoit beaucoup, mais comme il ne reſte icy que les trois côtez CD, DE, AE, ce que nous avons fait ſuffit pour repreſenter ce Plan ſur le papier en cette ſorte.

Tirez ſur le papier la ligne a b de 120 parties priſes ſur l'échelle, pour les 120 toiſes du grand côté AB, & la prolongez en f, en ſorte que b f ſoit de 80 parties pour les 80 toiſes de la ligne BF. Faites un arc du point f à l'ouverture de 130 parties pour les 130 toiſes de la ligne FC, & un autre du point b à l'ouverture de 90 parties pour les 90 toiſes du côté BC, & par la ſection c de ces deux arcs menez le côté b c, que vous prolongerez en g, en

ſorte que c g ſoit de 65 parties pour les 65 toiſes de la ligne CG, & décrivez comme auparavant, un arc du point g à l'ouverture de 95 parties pour les 95 toiſes de la ligne GD, & un autre du point c à l'ouverture de 75 parties pour les 75 toiſes du côté CD, & par la ſection d de ces deux arcs tirez le côté cd. Enfin décrivez un arc du point d à l'ouverture de 50 parties, pour les 50 toiſes du côté DE, & un autre du point a à l'ouverture de 60 parties pour les 60 toiſes du dernier côté A E, & par la ſection e de ces deux arcs, menez les côtez d e, a e, & la figure a b c d e ſera ſemblable à la propoſée ABCDE, à cauſe de la proportion de leurs côtez & de l'égalité de leurs angles.

Il y a pluſieurs autres manieres pour lever le Plã d'une Place acceſſible, mais comme elles ne me ſemblent pas ſi faciles ny ſi exactes que celles que je viens d'enſeigner, nous

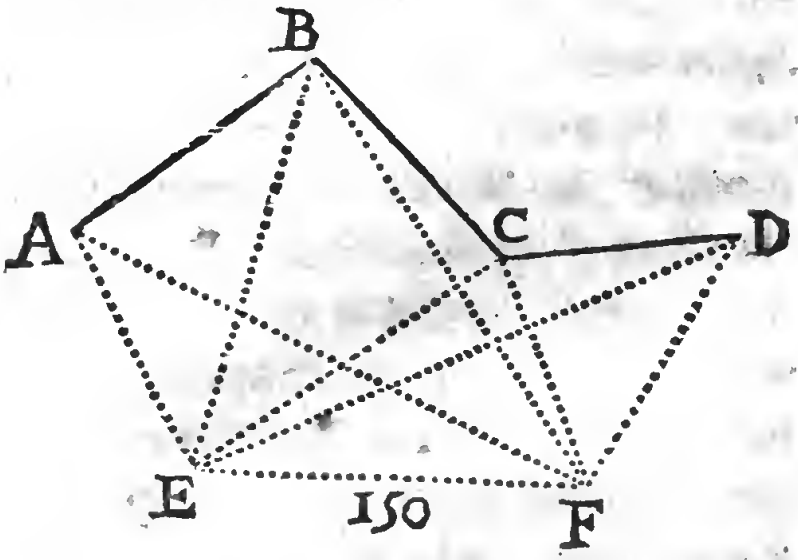
n'en parlerons pas davantage. Neanmoins nous ajoûterons ſur la fin du dernier Probleme une autre methode pour lever le Plan d'une Place, lors que l'on peut aller en dedans.

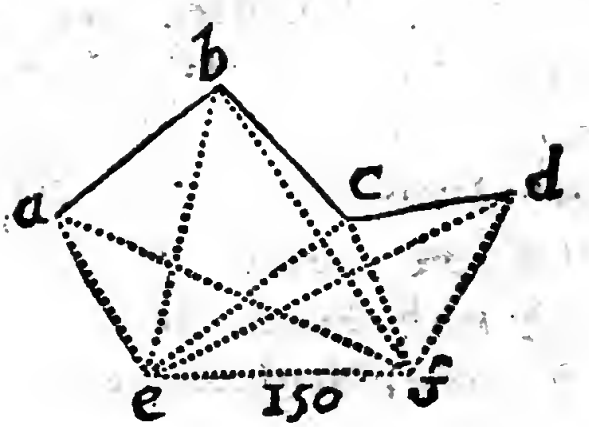
PROBLEME XXII.

Lever le Plan d'une Place inacceſſible.

ON a auſſi pluſieurs manieres pour lever le Plan d'une Place inacceſſible, entre leſquelles je mettray icy ſeulement celle qui me ſemble la plus facile & la plus aſſurée : & pour ne pas être trop long à expliquer cette maniere qu'il eſt facile de comprendre, parce qu'elle eſt fort ſimple, j'enſeigneray ſeulement icy le moyen de prendre de loin la partie d'un Plan inacceſſible, comme de la partie qui eſt terminée par les trois lignes AB, BC, CD, le reſte ſe pouvant achever de la même façon.

Ayant choisi sur terre un point commode, comme E, le plus proche de la place qu'il sera possible, regardez tous les angles du Plan, qui se presenteront à vôtre vüe, par les rayons visuels EA, EB, EC, ED, & mesuré avec un Demi-cercle





es angles AEB, AEC, AED. Aprés cela faites une ſeconde ſtation en F, en ſorte que de ce point on puiſſe voir les mêmes angles qu'auparavant, afin qu'on puiſſe connoiſtre de la même façon la quantité des angles viſuels EFA, EFB, EFC, EFD. Enfin meſurez l'angle AEF, & la diſtance des ſtations EF, que nous ſuppoſerons de 150 toiſes, & il ſera bon de la faire la plus grande qu'on pourra, de peur que les rayons viſuels qui partent des poins E, F, ne ſe coupent trop obliquement, parceque dans ce cas il ſeroit difficile de bien réüſſir en racourciſſant ſur le papier la figure ABCDEF, ce qui ſe fera ainſi.

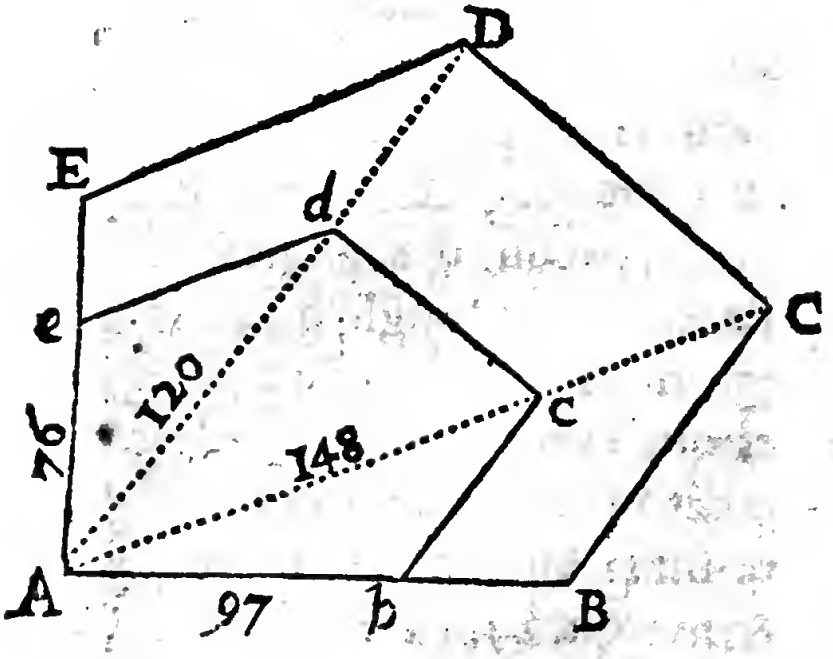
Tirez ſur le papier la ligne e f de 150 parties priſes ſur l'échelle, pour les 150 toiſes de la grande ligne EF, & faites aux poins e, f, des angles égaux à ceux qui ſe forment aux mêmes poins, E, F, ſur terre, par des lignes droites, qui s'entrecou-

pent icy aux poins a, b, c, d, & tout ſera fait ſi on tire les lignes a b, bc, c d, qui repreſenteront les grandes lignes AB, BC, CD, &c.

PROBLEME XXIII.

Tracer un Plan ſur la terre.

POur tracer le Plan a b c d e ſur le terrain, & premierement en un lieu qui ſoit libre & ſans empê-



chement, attachez ce Plan ſur quel-

: piece de bois polie & ſoûtenuë
n bâton haut de trois ou de qua-
pieds, avec une regle mobile
ntour de l'un des angles de ce
n, comme alentour de l'angle a,
écrivez le nombre des toiſes qu'il
ura depuis cet angle a à tous les
gles de la figure, ce que l'on con-
iſtra facilement en tranſportant
s diſtances ſur l'échelle particu-
re du plan. Aprés cela ayant poſé
bâton avec ſon plan au lieu où
n veut commencer à tracer le
an ſur terre, & ayant tourné le
té a b ſelon la ſituation que l'on
ut donner au plan, arrêtez ainſi
Plan a b c d e, & tournant la
gle ſur chacun des angles, &
remierement ſur l'angle b, contez
1 ligne droite en regardant par les
inules que la regle doit avoir, de-
uis le bâton autant de toiſes qu'il y
n aura ſur la ligne a b, comme icy
7, & marquez ſur terre le point
3, qui repreſentera le point b du

petit plan : & ſi vous en faites autant à l'égard des autres angles c, d, e, le plan propoſé a b c d e ſe trouvera tracé exactement ſur le terrain.

Par une operation toute contraire, il ſera facile de lever le Plan aB CDE, en tournant la regle vers les angles B, C, D, E, & en prenant le long de la même regle autant de parties priſes ſur l'échelle qu'il y aura de toiſes depuis l'angle a à tous les autres angles, pour avoir les angles b, c, d, e. Cela eſt ſi clair de ſoy-même, que j'aurois honte d'en parler davantage.

Si le lieu où l'on veut tracer le Plan eſt empêché, comme ſi l'on vouloit tracer une fortification alentour d'une ville remplie de maiſons, il faudroit connoiſtre les angles du Plan, & faire les mêmes angles ſur terre, en marquant en même temps les côtez d'autant de toiſes qu'ils ſeront ſur le Plan, ce que l'on pourra aiſément connoiſtre par le moyen de ſon échelle particuliere.

PREMIERE PARTIE.

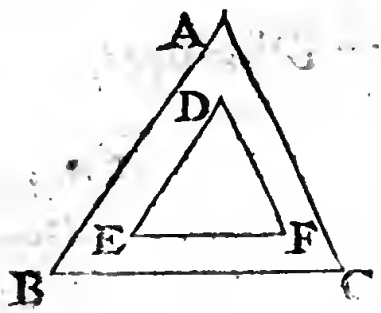
DE LA

RIGONOMETRIE RECTILIGNE.

LA Trigonometrie Rectiligne eſt une partie de la Geometrie ratique, laquelle par le moyen des ombres reſoud toute ſorte de trian- les rectilignes. Elle ne conſidere ue ſix choſes dans un triangle, les ois angles & les trois côtez, car ce 'eſt pas à la Trigonometrie de me- ırer l'aire d'un triangle, mais bien la Planimetrie.

Le but de la Trigonometrie eſt e connoiſtre par le calcul, l'une de x parties d'un triangle, trois de es mêmes parties étant auparavant onnuës, qui doivent être telles u'elles determinent les autres par-

ties du triangle, en ſorte que ces trois autres parties ne puiſſent être que d'une grandeur, pour ne pas travailler à l'incertain; ce que feront toûjours deux angles & un côté, ou deux côtez & un angle, ou bien les trois côtez, mais non pas les trois angles, parce que l'on peut faire une infinité de triangles, qui auront les angles égaux les uns aux autres, & non pas les côtez. Car ſi dans le triangle ABC on en fait un autre DEF, & autant d'autres que l'on voudra, dont les côtez ſoient paralleles aux côtez de celuy-cy, ils ſeront tous équiangles, & neanmoins ils auront les côtez inégaux. Ainſi vous voyez que la ſeule connoiſſance des angles ne ſuffit pas pour determiner les côtez, tant par ce qui vient d'être demontré, que parce que quand on a les trois an-

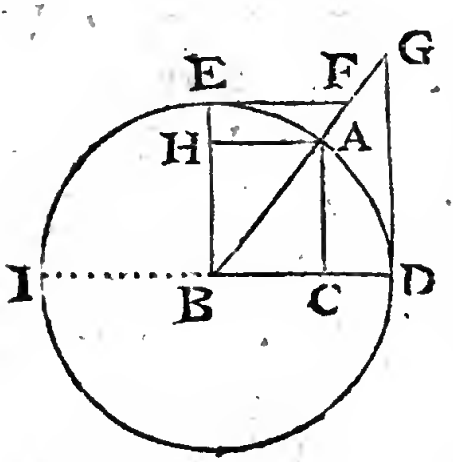


gles connus, on n'a proprement que deux choſes connuës, & non pas trois, car deux angles étant connus, ou ſuppoſez connus, le troiſiéme s'enſuit d'une certaine grandeur, ne m'étant pas libre de le ſuppoſer tel que je le voudray; parce qu'il eſt le reſte des deux precedens à 180 degrez.

CHAPITRE I.

DEFINITIONS.

LA meſure d'un angle rectiligne, c'eſt l'arc d'un cercle quelconque compris entre les lignes de cet angle, & ayant ſon centre à la pointe du même an-



gle. Ainſi la meſure de l'angle ABD, eſt l'arc AD, qui a ſon centre à la pointe B.

2. Le Sinus d'un arc ou d'un angle, c'eſt une droite tirée de l'une des extremitez de cet arc, perpendiculairement ſur le diametre qui paſſe par l'autre extremité du même arc. Ainſi on connoiſtra que le Sinus de l'arc AD, ou de ſon angle ABD, eſt la droite AC, & que le Sinus de l'arc AE eſt la droite AH.

3. La Tangente d'un arc ou d'un angle, c'eſt une droite tirée de l'une des extremitez de l'arc, perpendiculairement ſur le diametre qui paſſe par la même extremité, & terminée à la rencontre d'une ligne droite tirée du centre par l'autre extremité du même arc. Ainſi on connoiſtra que la Tangente de l'arc AD eſt la droite DG, & que la Tangente de l'arc AE eſt la droite EF.

4. La Secante d'un arc ou d'un

gle n'eſt autre choſe que cette li-
e droite tirée du centre par l'au-
extremité de l'arc, juſqu'à ce
elle rencontre la Tangente.
ıſi on connoiſtra que la Secante
l'arc AD eſt la droite BG, & que
Secante de l'arc AE eſt la droi-
BF.

. Vous prendrez garde que tout
ıus, toute Tangente, & toute
:ante, appartiennent à deux arcs,
quels pris enſemble font toû-
ırs un Demi-cercle, ou 180 de-
:z. Ainſi on void évidemment
· la definition du Sinus, que la
ɔite AC eſt auſſi-bien le Sinus
l'arc AD que de l'arc AI, leſ-
els pris enſemble font le Demi-
:cle DEI. Il en eſt de même de
Tangente & de la Secante, com-
: nous avons demontré ailleurs
ns nôtre grand Traité de Trigo-
metrie.

6. Le complement d'un arc ou
ın angle, c'eſt ce de quoy il dif-

fere du quart de cercle, ou de 90 degrez, ſoit par defaut ou par excez. Ainſi le complement de l'arc AD eſt l'arc AE, par lequel il differe du quart du cercle DE, & le complement de l'arc AI eſt le même arc AE, par lequel il differe du quart de cercle EI. C'eſt pourquoy la droite AH ſera dite le Sinus du complement de l'arc AD, & du même arc AD la Tangente du complement ſera la droite EF, & la Secante du complement ſera BF.

7. Le Rayon, ou le Sinus Total, c'eſt le Sinus de l'angle droit, ou de 90 degrez, lequel eſt toûjours égal au Demi-diametre, & c'eſt pour cela qu'il eſt appellé *Rayon*; & on le nomme *Sinus Total*, parce qu'il eſt le plus grand de tous les Sinus. Ainſi la droite EB étant le Sinus du quart de cercle DE, ou EI, ou de l'angle droit DBE, ou EBI, eſt appellé Rayon, ou Sinus Total, lequel eſt bien égal au Demi-dia-

tre BD, ou BI, comme vous
ez.

On void évidemment que la
ntité de toutes ces lignes de-
id de celle du Sinus Total, ou
Demi-diametre du cercle qu'on
écrit. Ainſi le Sinus, la Tangen-
, & la Secante de quelque arc
ce ſoit ont au Sinus Total une
taine raiſon qui ne change ja-
is. C'eſt pourquoy ayant une fois
nu la quantité des Sinus des
ngentes & des Secantes de tous
degrez du quart de cercle, pour
Sinus Total d'une grandeur de-
minée, on les pourra connoiſtre
ilement par la Regle de trois
ur un Sinus Total de quelqu'au-
grandeur qu'on le voudra ſup-
ſer.

Au reſte il faut ſçavoir que les
ciens diviſoient le Rayon en 60
rties égales, & dans ces mêmes
rties ils cherchoient la quantité
s Sinus de tous les degrez du

quart de cercle. Mais comme ce nombre de 60 parties ſeulement eſt trop petit pour avoir au juſte & ſans une erreur ſenſible la quantité des Sinus, à cauſe des fractions que l'on neglige, & des nombres irrationaux, qui ſe rencontrent ordinairement dans cette ſupputation; les modernes ont ſuppoſé le Rayon de beaucoup plus de parties, afin que l'erreur qui doit provenir des nombres irrationaux & des fractions negligées ne ſoit pas ſenſible dans un ſi grand nombre de parties : & ils le ſuppoſent ordinairement de 10000000 de parties, & dans cette hypotheſe ils ont ſupputé la quantité des Sinus des Tangentes & des Secantes, non ſeulement de tous les degrez du quart de cercle, mais encore de toutes les minutes, dont ils ont fait des Tables communément appellées les *Tables de Sinus*, qu'un Geometre doit ſouvent avoir entre les mains.

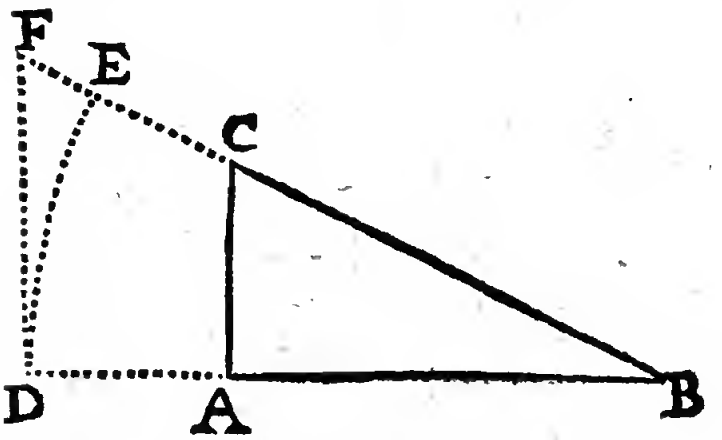
CHAPITRE II.

THEOREMES.

THEOREME I.

ns un triangle rectangle, la raiſon d'un côté à l'autre côté eſt égale à celle du Rayon à la Tangente de l'angle oppoſé à cet autre côté.

Soit du Triangle ABC rectangle en A; le côté AB prolongé D, en ſorte que BD ſoit le Sinus



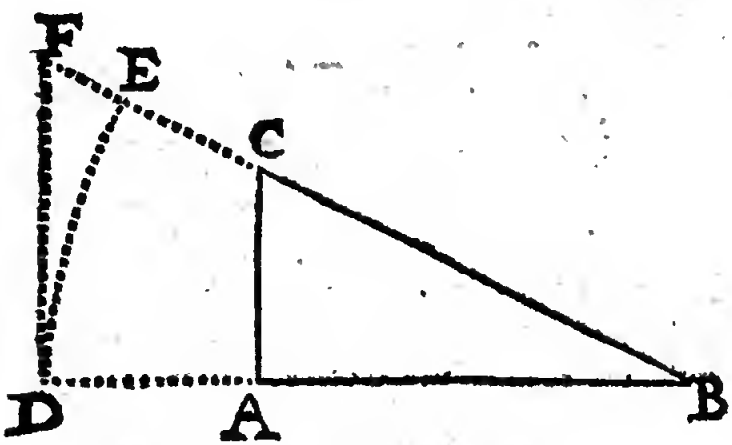
otal, ou le Demi-diametre de l'arc E, lequel étant décrit du centre

B eſt la meſure de l'angle ABC, par *Defin.* 1. Tirez du point D ſur le Rayon BD, la perpendiculaire DF, qui ſe trouvera terminée en F par l'hypotenuſe prolongée BC, & alors on connoiſtra, par *Defin.* 3. qu'elle eſt la Tangente de l'arc DE, ou de l'angle B. Cela étant je dis que le côté AB eſt à l'autre côté AC, comme le Rayon BD, à la Tangente D F de l'angle B oppoſé à l'autre côté A C. Cela eſt évident par 4. 6. parce qu'il eſt évident que les deux triangles rectangles ABC, DBF, ſont ſemblables, à cauſe de l'angle commun B, & des deux angles droits A, D, &c.

THEOREME II.

Dans un triangle rectangle, la raiſon d'un côté à l'hypotenuſe, eſt égale à celle du Rayon à la Secante de l'angle adjacent à ce côté.

SI l'on fait une preparation ſemblable à la precedente, on connoiſtra par *Defin.* 4. que la ligne BF



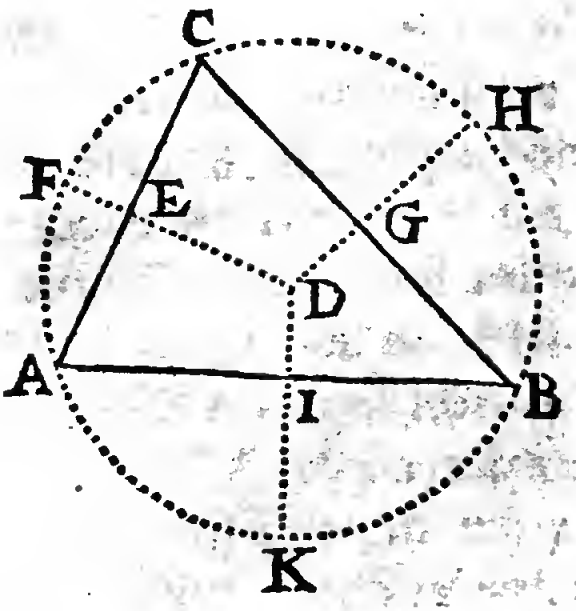
t la ſecante de l'arc DE, ou de ngle B. Cela étant je dis que le :é A B eſt à l'hypotenuſe B C, nme le Rayon B D, à la ſecante de l'angle B adjacent à ce côté

AB. Cela eſt auſſi évident par 4 6. à cauſe des triangles ſemblables ABC, DBF.

THEOREME III.

Dans un triangle, les Sinus des angles ſont proportionnels à leurs côtez oppoſez.

JE dis que dans le triangle ABC, le ſinus de l'angle B eſt à ſon côté oppoſé AC, comme le ſinus de l'an-



gle C, à ſon côté oppoſé AB, &

comme le ſinus de l'angle A, à ſon côté oppoſé BC. Car ſi par les trois poins A, B, C, on fait paſſer une circonference de cercle, & que de ſon centre D on tire ſur chacun des côtez les perpendiculaires DF, DH, DK, elles diviſeront ces mêmes côtez en deux également aux poins E, G, I, par 3. 3. & leurs arcs auſſi en deux également aux poins F, H, K; & parce que chacun de ces arcs eſt double de ſon angle oppoſé, par 20. 3. leurs moitiez ſeront les meſures de ces mêmes angles, c'eſt-à-dire que l'arc AF ſera la meſure de l'angle B, l'arc AK la meſure de l'angle C, & l'arc BH la meſure de l'angle A; & encore parce que les ſinus des trois arcs AF, AK, BH, ou des angles B, C, A, ſont les trois lignes AE, AI, BG, moitiez des côtez AC, AB, BC, & que ces moitiez ſont en même raiſon que les côtez, puiſqu'elles en ſont de ſemblables parties aliquo-

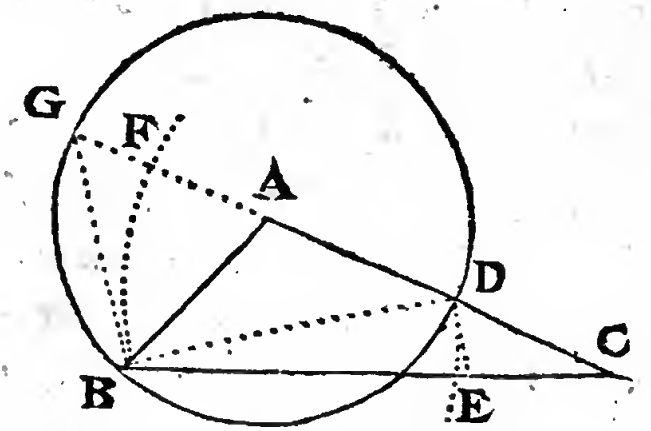
tes, il s'enſuit que la ligne A E, ou le ſinus de l'angle B eſt à ſon double AC, qui eſt le côté oppoſé à l'angle B, comme la ligne AI, ou le ſinus de l'angle C, à ſon double A B, qui eſt le côté oppoſé à l'angle C, & comme la ligne BG, ou le ſinus de l'angle A, à ſon double BC, qui eſt le côté de l'angle oppoſé à l'angle A. Ce qu'il faloit demontrer.

Si le triangle ABC, étoit rectangle, en ſorte que l'un de ſes angles, comme A fût droit, le centre D du cercle conviendroit avec le point de milieu G de l'hypotenuſe BC, par 31. 3. & la ligne BG étant le Demi-diametre du cercle, ſeroit le ſinus de l'angle droit, ou de l'angle oppoſé A, & la demonſtration ſe feroit de la même façon.

THEOREME IV.

Dans un triangle Scalene, la ſomme de deux côtez eſt à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la ſomme des angles oppoſez à ces deux côtez, à la Tangente de la moitié de leur difference.

JE dis que dans le triangle Scalene ABC, la ſomme des deux côtez AB, AC, eſt à leur difference,



comme la Tangente de la moitié de la ſomme des deux angles B, C, oppoſez aux deux mêmes côtez AB, AC, à la Tangente de la moi-

tié de la difference des mêmes angles.

Pour la demonſtration, décrivez de l'angle A à l'intervalle du plus petit côté AB, une circonference de cercle, qui coupant l'autre côté AC prolongé, donnera CG la ſomme des côtez AB, AC, & CD leur difference. Menez les droites BG, BD, & la droite DE parallele à BG. Enfin décrivez du point D par le point B, l'arc BF, & un autre arc du point B par le point D.

Cette preparation étant faite, on void par 32. 1. que l'angle exterieur GAB, eſt la ſomme des angles ABC, ACB : c'eſt pourquoy l'angle GDB, qui en eſt la moitié, par 20. 3. ſera la moitié des mêmes angles ABC, ACB, & parce que l'angle ABD eſt égal à l'angle ADB, par 5. 1. il s'enſuit que l'angle ABD eſt auſſi la moitié de la ſomme des angles ABC, ACB. De plus l'angle GBD étant dans un

Demi-

Demi-cercle eſt droit, par 31. 3. c'eſt pourquoy par 29. 1. l'angle BDE ſera auſſi droit. Ainſi à l'égard du même Rayon BD, la ligne BG ſera la Tangente de l'angle BDG, ou de la moitié de la ſomme des angles ABC, ACB, & la ligne DE ſera la Tangente de l'angle DBC, qui eſt égal à la moitié de la difference des mêmes angles ABC, ACB, parce qu'il eſt ce de quoy le plus grand ABC ſurpaſſe la moitié de la ſomme des angles ABD, & ce de quoy le plus petit ACB eſt moindre que la moitié de la même ſomme des angles ADB, à cauſe que cet angle ADB eſt égal, par 32. 1. aux deux DBC, ACB.

Nous ſçavons donc, que CG eſt la ſomme des côtez AB, AC, & que CD eſt leur difference. Nous ſçavons auſſi que BG eſt la Tangente de la moitié de la ſomme des angles ABC, ACB, & que DE eſt

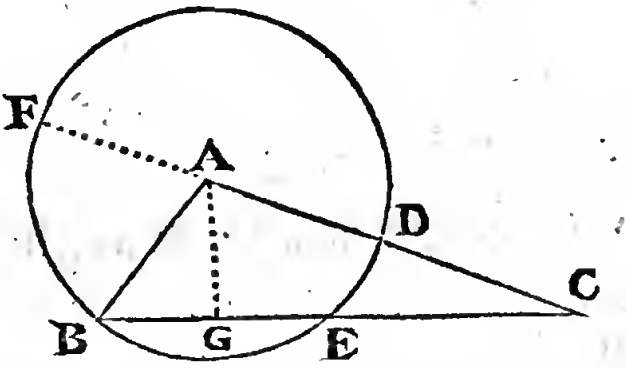
la Tangente de la moitié de leur difference : & parce que ces quatre lignes CG, CD; BG, DE, ſont proportionnelles, à cauſe des triangles ſemblables GBD, DEC, il s'enſuit que la ſomme des côtez, AB, AC, eſt à leur difference, comme la Tangente de la moitié de la ſomme des angles ABC, ACB, à la Tangente de la moitié de leur difference. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME V.

Dans un triangle Scalene, le plus grand côté eſt à la ſomme des deux autres, comme leur difference à la difference des Segmens du plus grand côté, faits par la perpendiculaire, qui tombe du plus grãd angle.

JE dis que ſi du plus grand angle A du triangle ABC, on tire ſur le plus grand côté BC, la perpen-

diculaire A G , & qu'on décrive comme auparavant , du même angle A , à l'ouverture du plus petit côté AB, une circonference de cercle, le plus grand côté BC eſt à la



ſomme CF des deux côtez AB, AC, comme leur difference CD , à la difference CE des Segmens BG , CG.

Car puiſque le rectangle BCE eſt égal au rectangle FCD , par 35 3. il ſuit par 14. 6. que les quatre lignes B C, CF, CD, CE, ſont proportionnelles. Ce qu'il falloit demontrer.

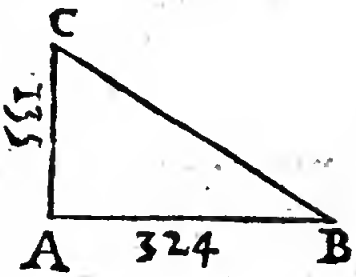
CHAPITRE III.

DU CALCUL DES TRIANGLES RECTANGLES

PROBLEME I.

Etant connus les deux côtez, trouver les deux angles aigus.

SUppoſons que du triangle ABC, rectangle en A, on connoiſſe les deux côtez AB, AC, que nous mettrons d'autant de toiſes que vous les voyez marquez icy dans la figure. Pour trouver l'un des deux angles aigus B, C, comme B, faites cette analogie,



Comme le côté adjacent AB,	324
Au côté oppoſé AC;	135
Ainſi le Sinus Total	100000
A un quatrième nombre	41666

Lequel ſera la Tangente de l'angle B, par *Theor.* 1. à laquelle il répond dans les Tables environ 22.37. pour la quantité de l'angle B, dont le complement ſe trouve vis à vis dans l'autre page, ſçavoir 67. 23. pour l'autre angle C, qu'on peut auſſi trouver par cette analogie,

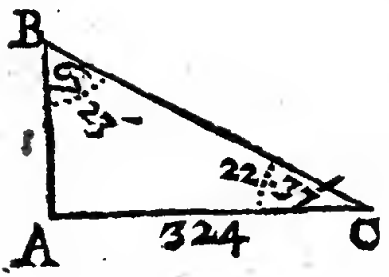
Comme le côté adjacent AC	135
Au coſté oppoſé AB	324
Ainſi le Rayon	100000
A la Tangẽte de l'angle C	240000

lequel ſe trouvera de 67. 23. comme auparavant.

PROBLEME II.

Eſtant connus les angles, & l'un des coſtez, trouver l'autre coſté.

NOus ſuppoſerons icy les deux angles aigus B, C, du triangle rectangle ABC d'autant de degrez



& de minutes que vous les voyez icy marquez, & le côté A C de 324 pieds. Pour trouver l'autre côté A B, faites, par *Theor.* 1. cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle C adjacent au coſté connu AC	41666
Ainſi le coſté connu AC	324
Au coſté qu'on cherche AB	135

Ou bien faites, par *Theor* 3. cette autre analogie,

Comme le Sinus de l'angle B	92309
A ſon coſté oppoſé AC	324
Ainſi le Sinus de l'angle C	38456
A ſon coſté oppoſé AB	135

PROBLEME III.

Eſtant connus les angles, & un coſté, trouver l'hypotenuſe.

LEs angles aigus B, C, du triangle rectangle precedent ABC, étant ſuppoſez connus, comme auparavant, & le côté AC de 324 pieds, on trouvera l'hypotenuſe BC, en faiſant, par *Theor.* 2. cette analogie,

Comme le Sinus Total 100000
A la Secante de l'angle C adjacent au coſté connu AC 108330
Ainſi le coſté connu AC 324
A l'hypotenuſe BC 351

ou bien en faiſant par *Theor.* 3. cette autre analogie,

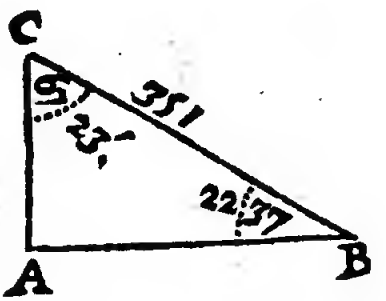
Comme le Sinus de l'angle B 92309
A ſon coſté oppoſé AC 324

Ainſi le Sinus de l'angle A 100000
A ſon coſté oppoſé BC 351

PROBLEME IV.

Eſtant connus les angles & l'hypotenuſe, trouver celuy qu'on voudra des deux coſtez.

NOus ſuppoſerons icy les deux angles aigus B, C, de la même grandeur qu'auparavant, & l'hypotenuſe BC de 351 pieds. Pour trouver l'un des deux côtez AB, AC, comme AB, faites, par *Theor.* 3. cette analogie,



Comme le Sinus Total 100000

A l'hypotenuſe BC 351
Ainſi le Sinus de l'angle C 92309
A ſon coſté oppoſé AB 324

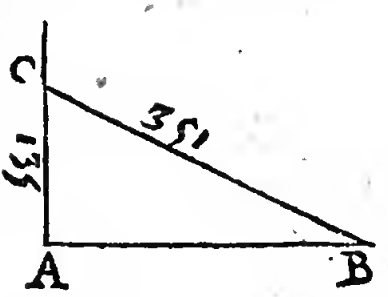
ou bien faites, par *Theor.* 2. cette autre analogie,

Comme la Secante de l'angle B 108330
Au Rayon 100000
Ainſi l hypotenuſe BC 351
Au coſté AB 324

PROBLEME V.

Eſtant connuë l'hypotenuſe & un coſté, trouver les angles aigus.

POur trouver les angles aigus B, C, & premierement l'angle C du triangle rectangle ABC,



par le moyen du côté connu AC, & de l'hypotenuſe auſſi connuë BC, que

nous ſuppoſerons d'autant de pieds, que vous les voyez icy marquez, faites par *Theor.* 2. cette analogie,

Comme le coſté connu AC 135
A l'hypotenuſe connuë BC 351
Ainſi le Rayon 100000
A la Secante de l'angle C 260000

qui ſe trouvera de 67. 23. dont le complement donnera 22. 37. pour l'autre angle B, que l'on peut auſſi trouver, en faiſant par *Theor.* 3. cette analogie,

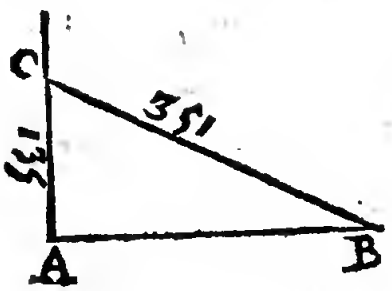
Comme l'hypotenuſe BC 351
Au coſté connu AC 135
Ainſi le Rayon 100000
Au Sinus de l'angle B 38461

qui ſe trouvera d'environ 22. 37. comme auparavant.

PROBLEME VI.

Eſtant connuë l'hypotenuſe & un coſté, trouver l'autre coſté.

POur trouver le coſté AB du triangle rectangle ABC, par le moyen de l'autre côté connu AC de 135 pieds, & de l'hypotenuſe BC auſſi connuë de 351 pieds, on trouvera les angles aigus B, C, par le Probleme precedent, & par *Probl.* 2. ou 4. onpourra trouver le côté AB qu'on cherche.



Ou bien multipliez l'hypotenuſe BC par elle-même, pour avoir ſon quarré 123201. Multipliez auſſi le côté connu AC par luy-même, pour avoir ſon quarré

18225, lequel étant ôté du premier quarré 123201, le reſte 104976 ſera le quarré du côté AB, par 47. 1. c'eſt pourquoy ſi on prend la racine quarré de ce reſte, on aura 324 pieds pour la quantitédu côté AB qu'on cherche.

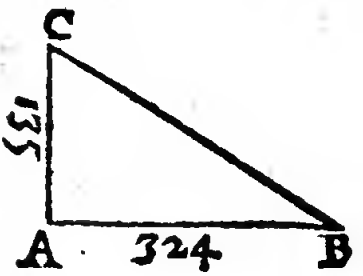
Ou bien encore ajoûtez le côté connu AC à l'hypotenuſe BC pour avoir leur ſomme 486. Oſtez le même côté connu AC de l'hypotenuſe connuë BC, pour avoir leur difference 216. Multipliez enſemble cette ſomme 486 & cette difference 216, pour avoir leur produit 104976, dont la racine quarrée donnera 324 pieds, comme auparavant, pour la quantité du côté AB, qu'on cherche.

Il ſuit de cette regle, que la moitié de la ſomme des Logarithmes, de la ſomme & de la difference de l'hypotenuſe BC & du côté connu AC, eſt le Logarithme de l'autre côté AB, qu'on cherche.

PROBLEME VII.

Eſtant connus les deux coſtez, trouver l'hypotenuſe.

POur trouver l'hypotenuſe BC du triangle rectangle ABC, par le moyen des deux côtez connus A B de 324 pieds, & AC de 135 pieds, on trouvera premierement les angles aigus B, C, par *Probl.* 1. aprés quoy on pourra trouver l hypotenuſe BC qu'on cherche, par *Probl.* 3.



Ou bien multipliez les côtez connus AB, AC, chacun par luy-même, pour avoir leurs quarrez 18225, 104976, dont la ſomme 123201 eſt le quarré de l'hypotenuſe BC, par 47. 1. c'eſt pourquoy ſi on prend la racine quarrée de cette ſomme, on

aura 351 pieds, pour la quantité de l'hypotenuſe B C, qu'on cherche.

Ou bien encore ajoûtez enſemble les deux côtez connus A B, A C, pour avoir leur ſomme 459, dont le quarré eſt 210681. Multipliez enſemble les deux mêmes côtez A B, A C, pour avoir leur produit 43740, dont le double eſt 87480, lequel étant ôté du precedent quarré 210681, il reſtera 123201, dont la racine quarrée donnera 351 pieds, comme auparavant, pour l'hypotenuſe B C qu'on cherche.

Nous n'avons pas icy donné la demonſtration de cette pratique, ny de la derniere du Probleme precedent, parce qu'elle eſt facile à trouver.

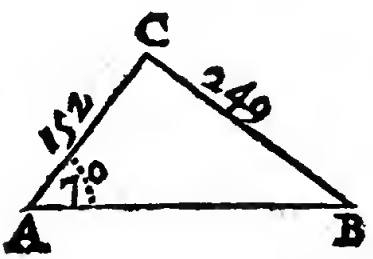
CHAPITRE IV.

DU CALCUL DES TRIANGLES OBLIQUANGLES.

PROBLEME I.

Eſtant connus deux coſtez & l'angle oppoſé à l'un des deux, trouver l'angle oppoſé à l'autre.

SUppoſons que du triangle obliquangle ABC, les deux côtez AC,BC, ſoient d'autãt de pieds que vous les voyez icy marquez, & l'angle A oppoſé au côté connu BC d'autant de degrez auſſi qu'il eſt icy marqué. Pour trouver l'angle B oppoſé à l'autre côté connu AC, faites, par *Theor.* 3. cette analogie,



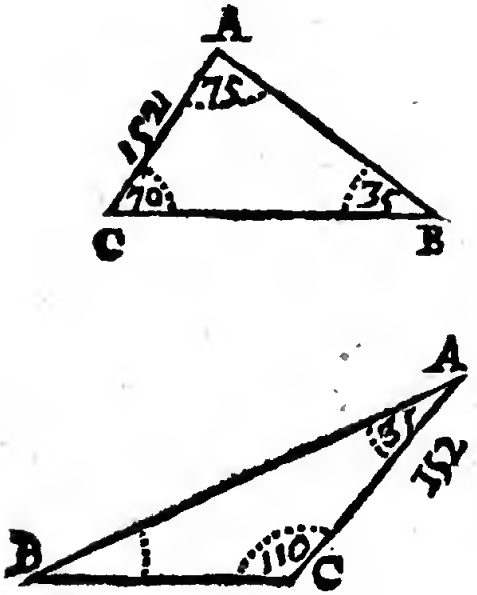
Comme le coſté BC 249
Au Sinus de ſon angle oppoſé A 93969
Ainſi le coſté AC 152
Au Sinus de ſon angle oppoſé B 57362

qui ſe trouvera d'environ 35 degrez, lorſqu'il ſera aigu ; & quand il ſera obtus, on ôtera ces 35 degrez trouvez de 180 degrez, & le reſte donnera 145 degrez pour la quantité de l'angle B obtus.

PROBLEME II.

Eſtant connus les angles & un coſté, trouver celuy qu'on voudra des deux autres coſtez.

LEs angles du triangle A B C étant ſuppoſez d'autant de degrez que vous les voyez icy marquez, & le côté AC de 152 pieds ; on trouvera les deux autres côtez



A B, A C, comme AB, en faiſant, par *Theor.* 3. cette analo-gie,

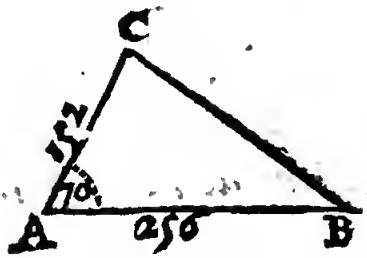
Comme le Sinus de l'angle B	57362
A ſon coſté oppoſé AC	152
Ainſi le Sinus de l'angle C	93969
A ſon coſté oppoſé AB	249

Parceque l'angle C eſt obtus dans la ſeconde figure, on le doit ôter de 180 degrez, & il reſtera 70 degrez, dont le Sinus eſt le même que celuy de 110, par *Defin.* 5. ce qui fait que le côté AB ſe trouve de même grandeur dans chaque triangle.

PROBLEME III.

Eſtant connus deux coſtez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver les deux autres angles.

LEs deux côtez AB, AC, du triangle ABC, ſont ſuppoſez d'autant de pieds que vous les



voyez icy marquez, & l'angle A de 70 degrez. Pour trouver chacun des deux autres angles B, C, ôtez l'angle connu A de 180 degrez, & la moitié du reſte donnera 55 degrez pour la moitié de la ſomme des deux angles inconnus B, C: & pour trouver la moitié de leur difference,

on fera, par *Theor.* 4. cette analogie,

Comme la ſomme des coſtez AB,
AC 408
A leur difference 104
Ainſi la Tangente de la moitié de
la ſomme des angles B, C, 142814
A un quatriéme nombre 36403

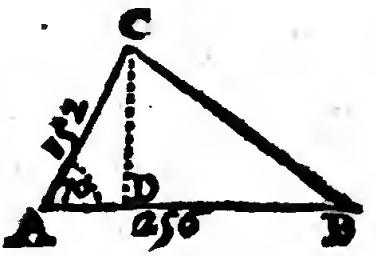
qui ſera la Tangente de la moitié de la difference des deux angles B, C, à laquelle Tangente il répond dans les Tables environ 20 degrez pour la moitié de la difference des deux angles B, C, laquelle étant ôtée & ajoûtée à la moitié de leur ſomme 55, on aura le plus petit angle B de 35 degrez, & le plus grand angle C de 75 degrez.

Ces deux mêmes angles B, C, ſe peuvent trouver autrement, ſans ſe ſervir du *Theor.* 4. comme vous allez voir dans le Probleme ſuivant.

PROBLEME IV.

Eſtant connus deux coſtez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver le troiſiéme coſté.

LEs deux côtez A B, AC, & l'angle A, du triangle ABC, ſont ſuppoſez connus, comme auparavant, & il eſt propoſé de trou-



ver le troiſiéme côté BC. On trouvera, par le Probleme precedent, les deux angles B, C, & par *Probl.* 2. on pourra trouver le côté BC, qu'on cherche.

Ou bien tirez de l'un des deux angles inconnus B, C, comme de l'angle C, ſur ſon côté oppoſé A B,

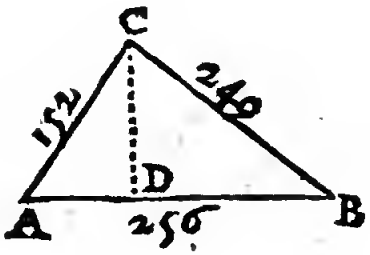
la perpendiculaire CD, & dans le triangle rectangle ADC, connoiſſant les angles & l'hypotenuſe AC, on pourra connoiſtre la perpendiculaire CD, & le Segment AD, lequel étant icy ôté du côté connu AB, on aura l'autre Segment DB. Ainſi dans le triangle rectangle CDB, connoiſſant les deux côtez CD, DB, on pourra connoiſtre & les angles & le côté BC, qu'on cherche.

PROBLEME V.

Eſtant connus les trois coſtez, trouver les angles.

POur trouver les angles A, B, C, du triangle ABC, dont les côtez ſont ſuppoſez d'autãt de pieds que vous les voyez icy marquez, tirez du plus grand angle C ſur le plus grand côté AB; la perpendiculaire CD, qui le diviſera en deux Segmẽs

AD, BD, que nous trouverons en



faiſant premierement, par *Theor.* 5. cette analogie,

Comme le plus grand Coſté AB 256
A la ſomme des deux autres coſtez CA, CB 401
Ainſi leur difference 97
A la difference des Segmens AD, BD, 152

laquelle étant ajoûtée au plus grand côté AB, la moitié de la ſomme donnera 204 pour le plus grand Segment DB, & étant ôtée du même plus grand côté AB, la moitié du reſte donnera 52 pour le plus petit Segment AD. Et dans chacun des deux triangles rectangles ADC, BDC, connoiſſant un côté & l'hy-

potenuſe, on pourra connoiſtre par *Probl. 5. chap. 3.* les angles A, B, dont les complemens étant ajoûtez enſemble donneront le troiſiéme angle C.

Nous avons donné dans nôtre grand Traité de Trigonometrie, une autre methode pour reſoudre ce Probleme : mais la methode la plus facile de toutes eſt la ſuivante, dont la demonſtration étant trop longue, nous nous contenterons icy d'en expliquer ſimplement la pratique.

Ajoûtez enſemble les trois côtez connus, & de la moitié de leur ſomme ôtez chacun des deux côtez qui comprennent l'angle qu'on cherche, comme ſi on cherche l'angle C, on ôtera de cette moitié $328\frac{1}{2}$ les deux côtez A C, B C, pour avoir les deux differences $176\frac{1}{2}$, $79\frac{1}{2}$; Aprés cela faites ces deux analogies,

Comme le premier coſté AC . 152

A la premiere difference 176 1/2
Ainſi l'autre difference 79 1/2
A un quatriéme nombre 92 191/608
Comme l'autre coſté BC 249
Au quatriéme nombre trouvé 92 191/608
Ainſi le Rayon 100000
A un ſeptiéme nombre 37073 5114/577

lequel étant multiplié par le Sinus Total 100000, la Racine quarrée du produit donnera 60888 pour le Sinus de la moitié de l'angle qu'on cherche, laquelle ſe trouvera d'environ 37. 30. dont le double donnera par conſequent 75 degrez pour la quantité de l'angle propoſé C.

Quand on travaillera par Logarithmes, ce qui eſt icy tres-commode, on ajoûtera le Logarithme du Sinus Total au Logarithme du ſeptiéme nombre trouvé, & la moitié de la ſomme ſera le Sinus de la moitié de l'angle qu'on cherche.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

DE LA LONGIMETRIE.

LA Longimetrie, ou la mesure des longueurs, considere les lignes à mesurer en trois façons differentes : car elles peuvent être *Horizontales*, c'est à dire paralleles à l'Horizon ; *Penchantes*, c'est à dire inclinées à l'Horizon ; & *Verticales*, c'est à dire perpendiculaires à l'Horizon : & ces trois peuvent être *accessibles* & *inaccessibles*. Les *accessibles* sont celles dont on peut s'aprocher, & que l'on peut presque toûjours mesurer actuellement : & les *inaccessibles* sont celles dont on ne peut pas s'aprocher, & que par consequent on ne peut mesurer qu'à l'ai-

de de quelque inſtrument, dont le plus commode eſt le Demi-cercle, dont nous enſeignerons l'uſage dans les Problemes ſuivans, où nous nous ſervirons plûtoſt de la Trigonometrie que du Compas & de la Regle, parce que c'eſt le chemin le plus court & le plus aſſuré.

Auparavant que de venir à la pratique, il faut ſçavoir que les lignes ſe meſurent par d'autres lignes plus petites, qu'on appelle *Meſures*, qui ſont differentes dans les païs differens. La plus petite de toutes les meſures, dont on ſe ſert ordinairement, & qui eſt comme l'origine de toutes les autres, eſt la largeur d'un grain d'orge, qu'on appelle *Ligne*.

Douze lignes font un *Pouce*.

Douze Pouces font un *Pied*.

Un Pied & demy fait une *Coudée*.

Deux Pieds & demy font le *Pas commun*.

Deux pas communs ou cinq Pieds,

ſont le *Pas Geometrique.*

Six Pieds ſont une *Toiſe*, ou *Braſſe.*

Cent vingt-cinq pas Geometriques ſont la *Stade* des Grecs.

Huit Stades, ou mille pas Geometriques, ſont le *Mille* d'Italie, que l'on marquoit autrefois par une pierre de taille, d'où vient le mot *lapidem*, quand on diſoit *ad primum lapidem*, pour dire, au premier mille.

Un Pas Geometrique mis en pendule fait en une heure 1846 vibrations ſimples. D'où il eſt aiſé de recouvrer la longueur du même Pas Geometrique, ſi elle eſtoit perduë, ou alterée, par l'experience commune, qui nous apprend que *les longueurs de deux pendules ſont reciproquement proportionnelles aux quarrez des nombres de leurs vibrations en tems égal.*

Faites un pendule d'une longueur connuë, en la prenant depuis le centre de mouvement juſques au

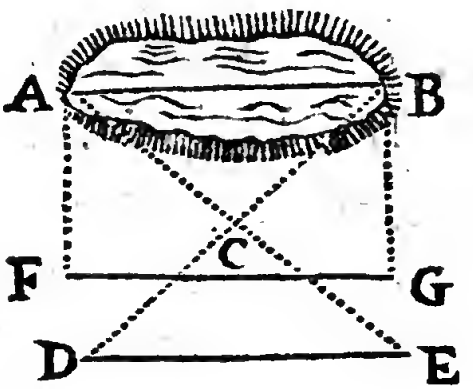
centre du poids ſpherique, qui eſt ſuſpendu à l'extremité du pendule, & qui doit être le même que celuy du pas Geometrique mis en pendule, afin que ces deux pendules ſoient à peu prez d'une même peſanteur. Aprés cela contez le nombre des vibrations ſimples, que ce pendule fera pendant une heure : il eſt évident que ſi ce nombre eſt égal à celuy des vibrations du pas Geometrique, c'eſt à dire à 1846, la longueur de ce même pendule ſera égale à celle du pas Geometrique, lequel par conſequent ſera connu : autrement on le pourra connoiſtre par cette analogie,

Comme le quarré du nombre des vibrations du pas Geometrique,
Au quarré du nombre des vibrations du pendule ;
Ainſi la longueur du même pendule,
A la longueur du pas Geometrique.

PROBLEME I.

Mesurer une ligne Horizontale accessible des deux côtez.

BIen que la ligne AB soit accessible des deux côtez A & B, on suppose neanmoins qu'on ne puisse pas aller tout au long, comme si elle represẽtoit la largeur d'un Etãg, ou l'épaisseur d'un bois: autrement il seroit facile de la mesurer actuellement avec un cordeau, ou mieux avec une chaîne.



Choisissez sur le terrain un point commode, comme C, & mesurez les deux lignes CA, CB, que vous prolongerez en D, & en E, en sor-

te que les deux lignes C D, C E, soient égales aux deux C A, C B, & mesurez la ligne D E, laquelle par 4 1. sera égale à la ligne A B, qu'on cherche.

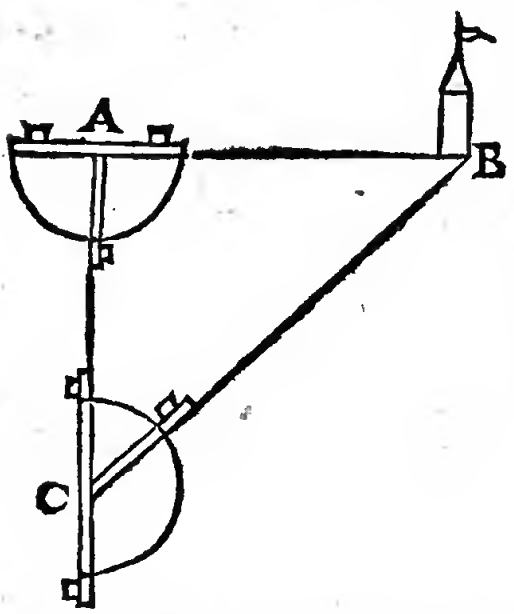
Ou bien tirez à volonté des deux extremitez A & B, deux lignes égales & paralleles A F, B G, & mesurez la ligne F G, laquelle, par 33. 1. sera égale à la ligne A B qu'on cherche.

PROBLEME II.

Mesurer une ligne horizontale accessible seulement d'un côté.

ON suppose que la ligne horizontale A B est seulement accessible du côté de A, où par consequent vous pourrez faire avec un Demi-cercle l'angle B A C, de telle grandeur qu'il vous plaira, selon la commodité du terrain, comme de 30 degrez, par la ligne A C, qui

pourra auſſi être de telle grandeur que l'on voudra, comme de 144 pieds. Aprés quoy faiſant une ſeconde ſtation en C, on pourra encore meſurer avec le Demi-cercle l'angle ACB, que nous ſuppoſerons de 130 degrez, & alors le troiſiéme angle B inacceſſible ſe trouvera de 20 degrez, parce qu'il eſt le reſte des deux precedens à 180 degrez, par 32. 1. Ainſi dans le triãgle ABC, connoiſsãt les angles & le côté AC, on pourra trouver le côté, ou la ligne AB qu'on cherche, par cette analogie,



Comme le Sinus de l'angle B

34202

A ſon coſté oppoſé AC 144

Ainſi le Sinus de l'angle C 76604

A ſon côté oppoſé AB 324

Cette methode ne m'a jamais manqué ſenſiblement, & elle réüſſira toûjours bien, pourvû que dans le triangle ABC, il n'y ait point d'angle trop aigu, ny trop obtus; & comme il eſt libre de faire l'angle B A C tel que l'on voudra, on le pourra faire droit, pour avoir un calcul plus aiſé.

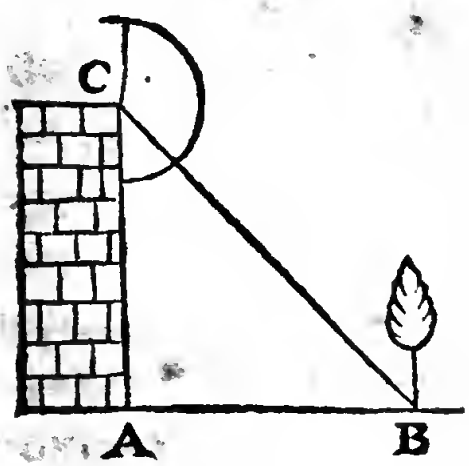
Mais il ne ſera pas beſoin de calcul pour trouver la ligne AB, ſi aprés avoir fait l'angle B A C droit, on prend la ligne AC d'une telle grandeur, que l'angle C ſoit de 45 degrez: ou ſi aprés avoir fait l'angle BAC de 60 degrez, on prend la ligne AC d'une telle grandeur, que l'angle C ſoit auſſi de 60 degrez: ou plus generalement ſi aprés avoir fait l'angle BAC tel que l'on voudra, on prend la ligne AC d'une telle grandeur, que l'angle C ſoit le complement de la moitié de l'an-

gle A; Car dans tous ces cas le triangle ABC deviendra isoscele, & la ligne AC sera égale à la longueur AB qu'on cherche.

PROBLEME III.

Mesurer d'enhaut une ligne inaccessible.

PRemierement si la ligne inaccessible est horizontale, comme AB, au pied de laquelle il y ait une

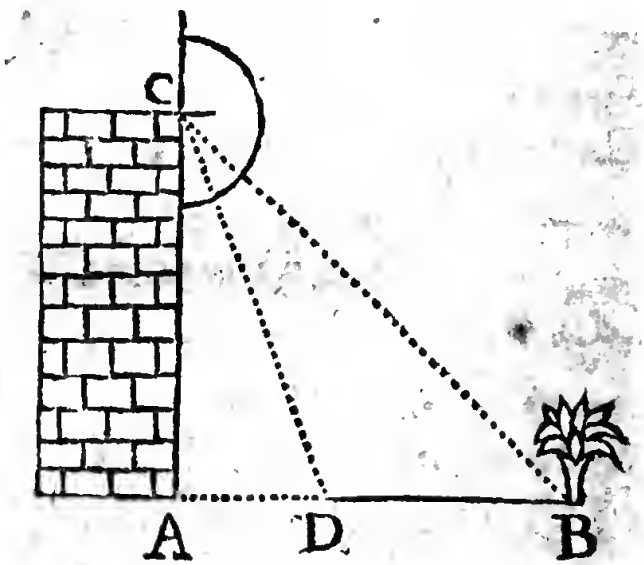


tour AC, en sorte que l'angle CAB soit droit, on pourra aisément mesurer cette ligne AB du sommet C de la tour AC, en mesurant avec un Demi-cercle la quantité de l'angle visuel ACB, que nous supposerons de 60 degrez, & avec un perpen-

dicule la hauteur AC de la tour, que nous ſuppoſerons de 125 pieds, afin que dans le triangle rectangle ABC, on puiſſe connoiſtre le côté ou la longueur AB qu'on cherche, par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle viſuel C	173205
Ainſi la hauteur de l'œil AC	125
A la ligne AB	216

Si la hauteur AC n'eſt pas preciſément à l'extremité de la ligne ho-



rizontale à meſurer DB, on meſu-

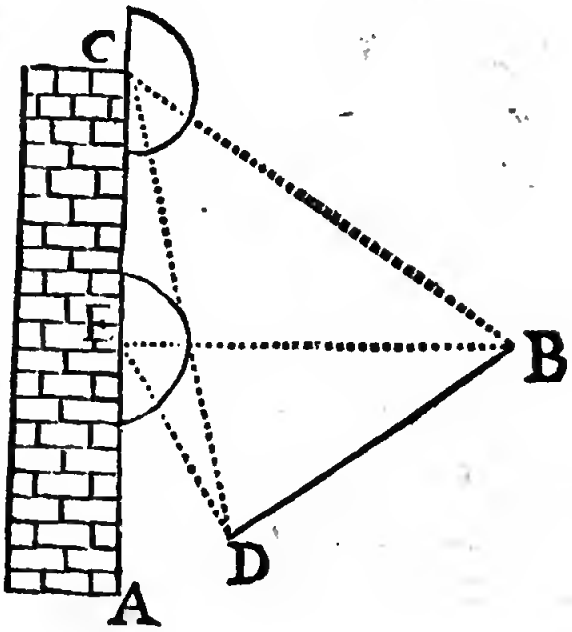
rera comme auparavant la quantité des angles viſuels ACB, ACD, pour trouver par une methode ſemblable à la precedente, la longueur des lignes AB, AD, dans les deux triangles rectangles ABC, ADC, aprés quoy on ôtera la plus petite AD de la plus grande AB, pour avoir au reſte la longueur de la ligne DB, qu'on cherche.

Mais cette methode ſe peut abreger, en changeant les deux analogies, qu'il faudroit faire dans les deux triangles rectangles ABC, ADC, en une ſeule, telle qu'eſt la ſuivante,

Comme le Sinus Total,
A la difference des Tangentes des angles viſuels ACD, ACB,
Ainſi la hauteur AC.
A la ligne DB qu'on cherche.

Secondement ſi la ligne à meſurer DB n'eſt pas horizontale, il faudra faire une ſeconde ſtation en un lieu éloigné de la premiere C au-

tant qu'il ſera poſſible, ſur tout quand la ligne à meſurer DB ſera



bien grande, comme en E, pour prendre de nouveau la quantité des angles viſuels AEB, AED : & comme il ſeroit icy inutile de meſurer la hauteur AC, on meſurera en ſa place la diſtance des ſtations EC. Aprés quoy on ôtera de l'angle AED l'angle ACD, pour avoir l'angle EDC, & dans le triangle ECD, connoiſſant outre les angles le côté CE, on pourra con-

noiſtre par la Trigonometrie, celuy qu'on voudra des deux côtez ED, CD. Pareillement on ôtera de l'angle AEB l'angle ACB, pour avoir l'angle EBC, & dans le triangle ECB, connoiſſant outre les angles le côté CE, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux côtez EB, CB. Enfin connoiſſant dans le triangle EDB, les deux côtez ED, EB, & l'angle compris DEB, qui eſt égal à la difference des deux connus AED, AEB, ou bien connoiſſant dans le triangle CDB, les deux côtez CB, CD, & l'angle compris DCB, qui eſt égal à la difference des deux connus ACD, ACB, on pourra connoiſtre le troiſiéme côté, ou la ligne DB qu'on cherche.

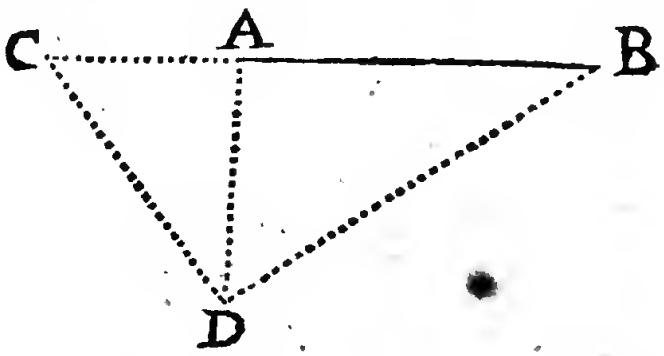
C'eſt de cette maniere qu'on meſurera d'enhaut la longueur d'un champ ou d'un pré, avec la hauteur d'un château ou d'une maiſon en ligne droite, la longueur ou la largeur d'un toit, ou

le penchant d'une coline, ou de quelque autre choſe ſemblable, dont les extremitez ſoient en ligne droite.

PROBLEME IV.

Meſurer de deſſus terre une ligne horizontale inacceſſible.

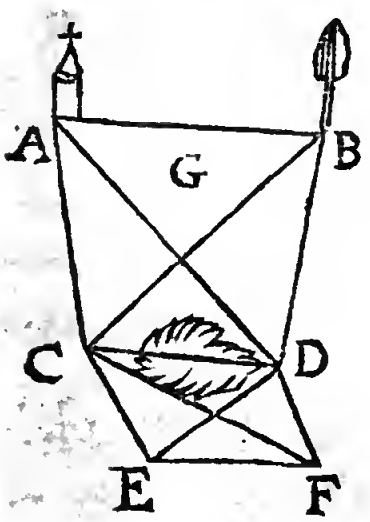
PRemierement ſi l'on peut faire une ſtation, qui ſoit en ligne droite avec la ligne à meſurer AB, comme en C, faites au point C



l'angle BCD, tel qu'il vous plaira par la ligne CD d'une grandeur volontaire, & ayant fait une ſeconde ſtation au point D, meſurez avec

un Demi-cercle la quantité des angles viſuels CDA, ADB, par le moyen deſquels & du premier C, il ne ſera pas difficile de connoiſtre tous les autres angles. Ainſi dans le triangle ADC, connoiſſant les angles & le côté CD, on pourra connoiſtre le côté AD: & dans le triangle ADB, connoiſſant les angles & le côté AD, on pourra connoiſtre le côté ou la ligne AB qu'on cherche.

Secondement ſi vous ne pouvez pas faire vôtre premiere ſtation, en



un point, qui ſoit en ligne droite avec la ligne à meſurer AB, faites-la où vous pourrez, comme en C, & meſurez avec un Demi cercle l'angle viſuel ACB. Faites une ſeconde ſtation en quelque lieu

commode, qui puiſſe être vû de la premiere C, comme en D, & meſurez avec un Demi-cercle les angles ACD, BCD, ADB, ADC, BDC, & avec un cordeau la ligne CD. Dans le triangle BCD, connoiſſant les deux angles C, D, leur ſomme étant ôtée de 180 degrez, donnera le troiſiéme angle B, & parce qu'outre les angles on connoiſt le côté CD, on pourra trouver par la Trigonometrie, celuy qu'on voudra des deux autres BC, BD. Pareillement dans le triangle ACD, connoiſſant les deux angles C, D, leur ſomme étant ôtée de 180 degrez, donnera le troiſiéme angle A, & parce qu'outre les angles on connoiſt le côté CD, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux côtez AC, AD. Enfin dans le triangle ABC, connoiſſant les deux côtez AC, BC, & l'angle compris ACB; ou bien dans le triangle ADB, connoiſſant les cô-

tez AD, BD, & l'angle compris ADB, on pourra trouver le troiſiéme côté, ou la ligne AB, qu'on cherche.

Comme la ligne CD doit être d'une longueur conſiderable, ſi la ligne à meſurer AB eſt extrémement longue, & qu'il peut arriver que la diſtance des deux poins C, D, ne puiſſe pas être meſurée actuellement avec un cordeau, ou avec une chaîne, on la meſurera par la Trigonometrie, par une ſeule ſtation que l'on pourra faire en E, ou en F, comme il a eſté enſeigné au *Probl.* 2. ou bien on la pourra meſurer ſans Trigonometrie, par *Probl* 1.

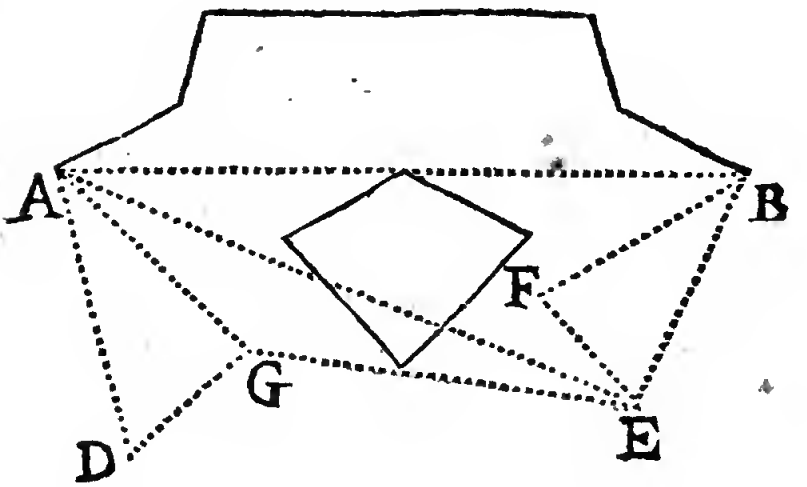
La maniere dont je me ſers ordinairement pour meſurer une ſemblable ligne inacceſſible, eſt telle. Faites une ſtation en quelque lieu commode, comme en G, & meſurez avec le Demi-cercle l'angle viſuel AGB. Prolongez la ligne AG en D, & la ligne BG en C,

en ſorte que les lignes CG, DG, ſoient chacune d'une grandeur connuë, & telle que l'on voudra. Meſurez encore avec un Demi-cercle les angles viſuels ACB, ADB, pour avoir dans chacun des triangles AGC, BGD, trois choſes connuës, ſçavoir deux anglés & un côté, ce qui ſuffit pour pouvoir connoiſtre par la Trigonometrie les côtez AG, BG; & dans le triangle AGB, connoiſſant les deux côtez AG, BG, & l'angle G qu'ils comprennent, on pourra trouver le troiſiéme côté, ou la longueur AB, qu'on cherche.

Si le terrain ne vous permet pas de prolonger les lignes AG, BG, faites avec le Demi-cercle les angles AGC, BGD, d'une quantité connuë, par les lignes GC, GD, d'une grandeur auſſi connuë, & achevez le reſte comme nous venons de dire.

Tout ce que nous avons dit ſup-

poſe que d'un même point de ſtation on puiſſe voir les deux extremitez A, B, de la ligne à meſurer AB: mais s'il y a quelque empêchement, comme ſi du point G on ne pouvoit voir que la pointe du Baſtion A, à



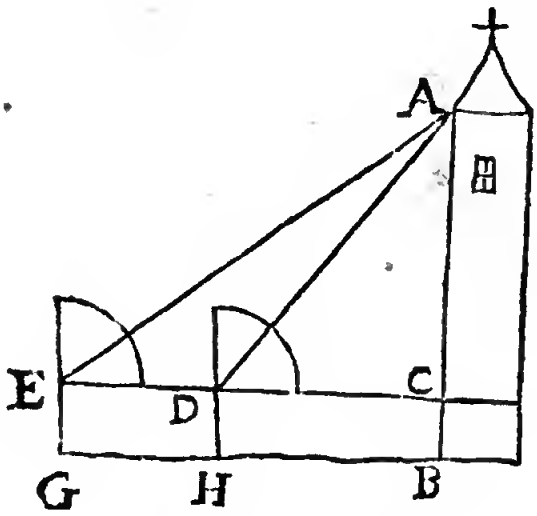
cauſe d'un Ravelin, qui eſtant devant la courtine ôteroit la vûe de la pointe de l'autre Baſtion B; on fera avec le Demi-cercle l'angle AGD d'une grandeur connuë, par la ligne GD d'une grandeur auſſi connuë, & on meſurera l'angle D avec un Demi cercle, afin que dans le triangle ADG, on puiſſe con-

noiſtre par ſupputation la ligne AG. Aprés cela choiſiſſez un autre point commode, comme E, duquel on puiſſe voir les poins B, G, afin qu'on puiſſe meſurer avec un Demi cercle les angles AGE, GEB, & avec un cordeau la ligne GE. Ainſi dans le triangle AGE, connoiſſant les côtez GA, GE, & l'angle G compris, on pourra connoiſtre par ſupputation le côté AE, & l'angle GEA, lequel eſtant ôté de l'angle connu GEB, il reſtera l'angle AEB. Faites enfin au point E l'angle BEG d'une grandeur connuë, par la ligne EF d'une quantité auſſi connuë, & meſurez l'angle F, afin que dans le triangle EBF, connoiſſant deux angles & un côté, on puiſſe connoiſtre le côté EB; & dans le triangle AEB, connoiſſant les deux côtez EA, EB, & l'angle compris E, on pourra connoiſtre le troiſiéme côté, ou la ligne AB qu'on cherche.

PROBLEME V.

Meſurer une hauteur accessible.

NOus ſuppoſerons icy que la hauteur AB eſt accessible, & qu'elle eſt perpendiculaire ſur le



Plan du terrain BH. Prenez à volonté ſur ce Plan BH, le point H, où vous éleverez à plomb le bâton D H haut de trois ou quatre pieds, avec un D mi cercle, dont le centre réponde au point D, & dont le diametre ſoit parallele à

l'Horizon, en ſorte qu'il réponde à la ligne horizontale D C, afin qu'on puiſſe prendre la quantité de l'angle viſuel A C D, ſous lequel le ſommet A eſt vû : & parce que la hauteur A B eſt acceſſible, on pourra meſurer avec un cordeau ou autrement la ligne H B, ou D C ſon égale, que nous ſuppoſerons de 144 pieds: quant à l'angle viſuel A D C, nous le ſuppoſerons de 60 degrez, & alors on pourra trouver dans le triangle rectangle A D C, le côté A C, par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Tangente de l'angle viſuel E	173205
Ainſi le côté D C	144
Au côté A C	249

auquel ajoûtant 3 pieds pour la ligne C B, ou D H, ſi elle eſt d'autant, on aura la hauteur propoſée A B de 252 pieds.

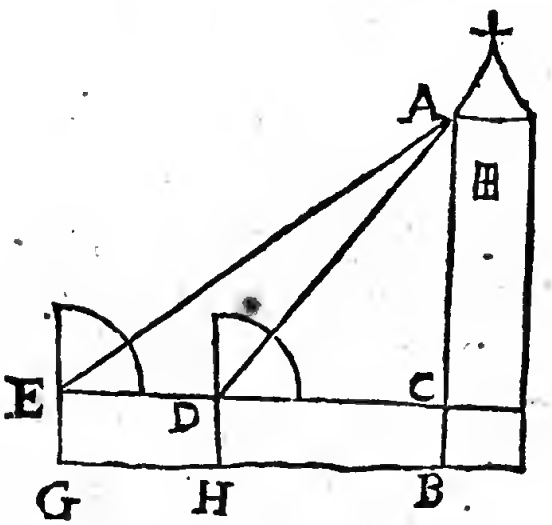
Pour connoiſtre ſi vous n'avez point manqué, faites une ſeconde

ſtation en quelque autre lieu du même Plan horizontal HB, comme en G, où vous ferez ce que vous venez de faire en H, & vous chercherez la ligne AC dans le triangle rectangle AEC laquelle ſi vous avez bien fait, ſe doit trouver la même qu'auparavant.

PROBLEME VI.

Meſurer d'embas une hauteur inacceſſible.

NOus ſuppoſerons comme auparavant, que la hauteur in-



acceſſible AB eſt perpendiculaire

ſur le Plan du terrain, & qu'on ne peut pas voir la baſe B, autrement on pourroit meſurer la ligne HB acceſſible d'un côté, par *Probl.* 2. & par le Probleme precedent on pourroit meſurer la hauteur AB, comme ſi elle étoit acceſſible.

Dans ce cas, il faudra faire deux ſtations, dont la premiere ſoit par exemple en H, où l'on prendra la quantité de l'angle viſuel ADC, comme il a eſté enſeigné au Probleme precedent; & la ſeconde ſoit en quelque autre lieu commode, comme en G, en ſorte que les trois poins G, H, B, faſſent une ligne droite, ce que l'on fera aiſément par le moyen du Demi-cercle, bien que l'on ne voye pas la baſe B. Ayant donc tranſporté vôtre Demi-cercle appuyé ſur le même bâton au point H, meſurez la quantité de l'angle viſuel AEC, que nous ſuppoſerons de 40 degrez: quant au premier ADC, nous le

ſuppoſerons

ſuppoſerons de 60 degrez. Meſurez encore avec un cordeau la diſtance des ſtations G H, ou D E ſon égale, que nous ſuppoſerons de 48 pieds. Cela étant ſuppoſé, ôtez de l'angle ADC l'angle AEC, pour avoir au reſte l'angle EAD, qui ſe trouvera de 20 degrez, & dans le triangle EDA, connoiſſant outre les angles, le côté ED, on pourra trouver celuy qu'on voudra des deux autres côtez AD, AE; aprés quoy dans lequel on voudra des deux triangles rectangles ACD, ACE, où l'on connoiſt outre les angles, l hypotenuſe, on pourra trouver le côté A C, auquel ajoûtant la hauteur de l'œil B C, on aura la hauteur AB qu'on cherche.

Mais ce côté AC ſe peut trouver bien plus facilement: Car puiſque nous avons ſuppoſé l'angle ADC de 60 degrez, ſon complement CAD ſera de 30 degrez, dont

la Tangente eſt 57735 pour la ligne CD à l'égard du Sinus Total AC 100000 : & parce que nous avons ſuppoſé l'angle AEC de 40 degrez, ſon complement EAC ſera de 50 degrez, dont la Tangente eſt 119175 pour la ligne CE, à l'égard du même Sinus Total AC 100000. C'eſt pourquoy ſi on ôte la plus petite de ces deux Tangentes de la plus grande, on aura 61440 pour leur difference DE, à l'égard du Sinus Total AC 100000. Ainſi nous ſçavons que ſi la ligne DE étoit de 61440 pieds, le côté AC ſeroit de 100000 pieds, & pour ſçavoir de combien de pieds ce même côté AC ſera, lorſque la ligne DE ne ſera que de 48 pieds, telle que nous l'avons icy ſuppoſée, on doit faire cette analogie,

Comme la difference des Tangentes	61440
Au Sinus Total	100000
Ainſi la ligne DE	48

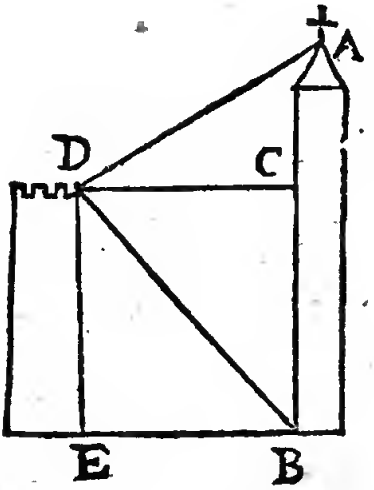
Au coſté AC 78

auquel ajoûtant 3 pieds pour la hauteur de l œil BC, on connoiſtra que la hauteur propoſée AB eſt de 81 pieds.

PROBLEME VII.

Meſurer d'en haut une hauteur inacceſſible.

SUppoſons que du ſommet D de la tour DE, il faille meſurer la tour AB, & que ſa baſe B

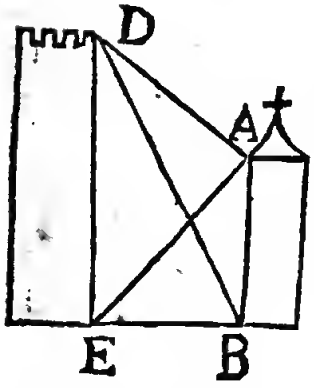


puiſſe être vûe du point D & de plus que les deux baſes E, B, ſoient au niveau, en ſorte que chacun des

deux angles E, B, ſoit droit, autrement il faudra meſurer la hauteur AB, comme il a eſté enſeigné au *Probl. 3.*

Premierement ſi la hauteur à meſurer AB eſt plus grande que la hauteur DE, on meſurera avec un perpendicule la hauteur DE, & avec un Demi-cercle l'angle viſuel EDB, afin que dans le triangle rectangle DEB, on puiſſe trouver par la Trigonometrie, la diſtance EB, égale à ſa parallele CD: & ſi dans le triangle rectangle ACD, on meſure avec un Demi-cercle l'angle viſuel ADC, on pourra connoiſtre par ſupputation la ligne AC, à laquelle ajoûtant la ligne BC égale à la hauteur DE, on aura la hauteur AB qu'on cherche.

Secondement ſi la hauteur à meſurer AB eſt plus petite que la hauteur DE, au lieu de meſurer la diſtance EB, on meſurera le rayon



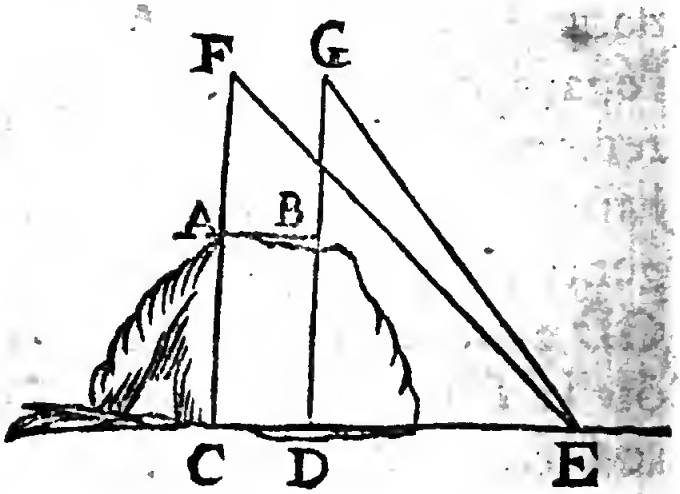
visuel DB, dans le même triangle rectangle DEB : & si on mesure encore avec le Demi-cercle l'angle visuel BDA, on pourra trouver par supputation dans le triangle ADB, dont l'angle ABD est égal au connu BDE, la hauteur AB qu'on cherche.

PROBLEME VIII.

Mesurer la hauteur d'une montagne, sur laquelle on est situé.

NOus supposons que sur la montagne, dont on cherche la hauteur, il y ait une plaine AB, assez étenduë pour y pouvoir faire deux stations A, B, desquelles on puisse voir un même point pris à discretion sur la campagne, com-

me E, qu'il faut auſſi ſuppoſer de même hauteur que la baſe de la montagne, & par conſéquent au



niveau avec les deux poins C, D, qui répondent à plomb aux deux poins de ſtation A, B, où l'on prendra avec un Demi-cercle la quantité des angles viſuels CFE, DGE, en ſuppoſant que les deux bâtons AF, BG, qui doivent être élevez à plomb, & ſur leſquels le Demi-cercle eſt appuyé, ſont égaux, ce qui rendra les deux lignes CF. DG, égales & paralleles, & conſequemment la ligne CD égale à la ligne

AB, qui eſt connuë, puiſqu'on la peut meſurer avec un cordeau. Cela étant fait, puiſque l'on connoiſt l'angle CFE, on connoiſtra dans les Tables ſa Tangente CE à l'égard du Sinus Total CF; & pareillement puiſque l'on connoiſt l'angle DGE, on connoiſtra ſa Tangente DE à l'égard du Sinus Total GD égal au premier FC, & ſi on ôte la Tangente DE de la Tangente CE, la difference des Tangentes donnera CD ou AB, à l'égard d'un Sinus Total FC ou GD de 100000 parties: & comme la ligne AB eſt déja connuë, pour trouver à l'égard de ſa valeur le Rayon FC, on fera cette analogie,

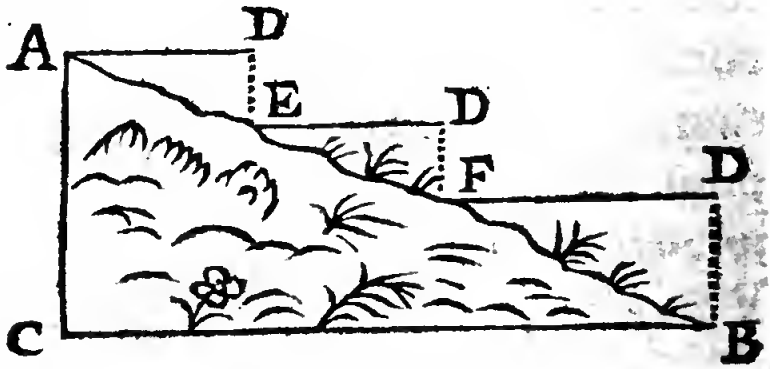
Comme la difference des Tangentes,
Au Sinus Total;
Ainſi la ligne AB,
A la ligne FC,

de laquelle ôtant la hauteur de l'œil AF, il reſtera la hauteur AC de la montagne.

PROBLEME IX.

Meſurer la hauteur & la largeur d'une montagne.

NOus ſuppoſons que la montagne ABC ne ſoit pas extrémement haute & qu'on la puiſſe aiſément parcourir depuis le haut juſques au bas, c'eſt à dire depuis



A, juſques en B, & alors on pourra meſurer mecaniquement ſa hauteur AC, & ſa largeur AB, en cette ſorte.

Pour donc meſurer la hauteur AC, & la largeur BC, de la montagne ABC, mettez à ſon ſommet

A la regle AD parallele à l'horizon d'une longueur volontaire, & la plus grande qu'il ſera poſſible, & il ſera facile de donner à cette regle une ſituation horizontale par le moyen d'un niveau. Faites pendre de ſon extremité D le perpendicule DE, & au point E, où il touche la montagne, appliquez de nouveau la regle ED, égale ſi vous voulez à la precedente, en ſorte que ſa ſituation ſoit toûjours horizontale, & faites, comme auparavant, pendre de ſon extremité D, le perpendicule DF, pour appliquer de la même façon une troiſiéme regle FD, au point F, où il touche la montagne, & continuez ainſi, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au bas de la montagne B. Cela étant fait, il eſt évident, que la ſomme de tous les perpendicules DE, DF, DB, donnera la hauteur AC de la montagne, & que la ſomme de toutes les regles AD, ED, FD, donnera la largeur BC.

La largeur BC, & la hauteur AC, ſe peuvent auſſi connoiſtre par la Trigonometrie, en meſurant la longueur AB de la montagne avec un cordeau, & avec un Demi-cercle l'angle DAB, qui eſt égal à l'angle ABC, à cauſe des deux paralleles AD, BC; car ainſi connoiſſant dans le triangle rectangle ABC, les angles & l'hypotenuſe AB, on pourra connoiſtre par ſupputation les côtez AC, BC.

Icy on ne trouve la largeur BC, que depuis le point C, qui répond perpendiculairement au ſommet A de la montagne, & ſi on la veut avoir entiere, on fera de l'autre côté de la montagne, ce qui a eſté fait de celuy-cy.

SCOLIE.

Nous remarquerons icy en paſſant, qu'une piece de terre, inclinée & auſſi longue que le penchant de la colline AB, ne produira pas plus qu'une plaine auſſi

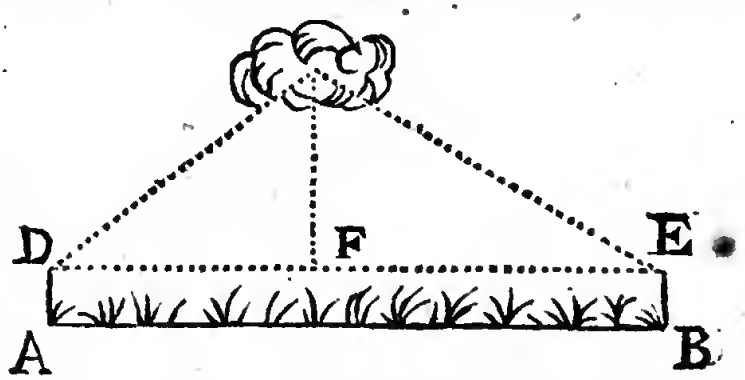
longue que la baſe BC. Car il eſt bien évident que ſi la ligne BC eſt capable de contenir par exemple cent arbres, la ligne AB n'en pourra pas contenir davantage, bien qu'elle ſoit plus longue, à cauſe des arbres qui croiſſent naturellement perpendiculaires à l'Horizon, ce qui fait qu'ils ſont bien perpendiculaires à la ligne Horizontale BC, mais non pas à l'inclinée A B. Ainſi celuy-là ſe tromperoit beaucoup, qui donneroit autant d'une piece de terre ſituée dans le penchant d'une colline, ſur tout quand elle ſera beaucoup inclinée, que d'une autre de même contenu ſituée dans une plaine.

PROBLEME X.

Meſurer la hauteur d'une Nuée.

POur meſurer la hauteur d'une nuée, lorſqu'elle n'aura pas un mouvement trop rapide, il faut que deux obſervateurs ſoient ſituez dans

une longue plaine, & éloignez entre-eux autant qu'il ſera poſſible, en



ſorte que neanmoins la diſtance AB des ſtations ne ſoit pas ſi longue, que l'un des obſervateurs ne puiſſe entendre un coup de mouſquet que l'autre doit tirer, pour faire connoiſtre au premier qu'il doit regarder en même temps que luy un même point remarquable de la nuée, dont ils doivent avoir convenu en ſe quittant, comme C, pour prendre chacun en même temps avec un Demi cercle, la quantité des angles viſuels CDE, CED: car ainſi on aura dans le triangle DCE, outre les angles, le côté DE connu, comme étant égal à la diſtance des

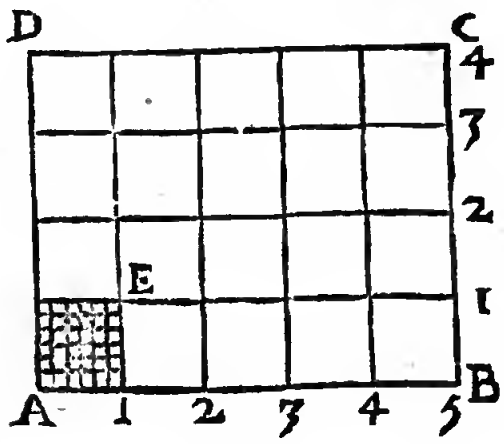
ſtations A, B, laquelle ſe peut aiſément meſurer avec un cordeau, ou autrement. C'eſt pourquoy on pourra connoiſtre par la Trigonometrie celuy qu'on voudra des deux côtez CD, CE, & en ſuite la perpendiculaire CF, à laquelle ajoûtant la hauteur de l'œil, on aura la hauteur de la nuée qu'on cherche.

TROISIE'ME PARTIE DE LA PLANIMETRIE.

COmme dans la Longimetrie on meſure les lignes par d'autres lignes plus petites, de même dans la Planimetrie on doit meſurer les Plans par d'autres Plans plus petits, qui ſont toûjours quarrez, parce qu'ils ſont les plus commodes dans l'uſage, comme par des

pieds quarrez, de toiſes quarrées, &c.

Comme ſi du Parallelogramme rectangle ABCD, la longueur AB étoit de 5 toiſes, & la largeur BC de 4, l'aire ou le contenu de ce Parallelogramme ſe trouveroit de 20 toiſes quarrées, qui ſont formées par l'interſection de certaines lignes tirées en long & en travers par les diviſions des côtez oppoſez du parallelogramme propoſé ABCD.



De même pour avoir le contenu ou la capacité du quarré AE, qui repreſente une toiſe quarrée, & dont chacun des côtez eſt par conſequent de 6 pieds, nous tirerons par les diviſions des côtez oppoſez des lignes droites, leſquelles par

leur mutuelle interſection formeront 36 pieds quarrez pour l'aire du quarré propoſé, ou de la toiſe quarrée AE.

Neanmoins l'aire de ce quarré AE & du Parallelogramme rectangle ABCD, ſe peut trouver avec bien moins de peine, par la ſeule multiplication. Car ſi on multiplie enſemble les nombres des deux côtez qui font l'angle droit, c'eſt à dire la longueur par la largeur, on aura le nombre des meſures quarrées contenues dans le Parallelogramme propoſé. Ainſi multipliant 5 par 4, on aura 20 toiſes quarrées pour le contenu du Parallelogramme rectangle ABCD, & multipliant 6 par 6, on aura 36 pieds quarrez, pour la valeur de la toiſe quarrée AE.

D'où il ſuit que quand on multiplie deux lignes enſemble, on a le contenu de leur rectangle, c'eſt à dire d'un Parallelogramme rectan-

gle, dont elles repreſentent la longueur & la largeur : & que quand on multiplie une ligne par elle-même, on a la capacité de ſon quarré. Ainſi on connoiſtra qu'une toiſe courante ayant 6 pieds, une toiſe quarrée aura 36 pieds quarrez ; & qu'un pied ayant 12 pouces, un pied quarré aura 144 pouces quarrez ; & que pareillement une perche ayant 18 pieds ; une perche quarrée aura 324 pieds quarrez ; ainſi des autres.

C'eſt pourquoy quand on aura des toiſes quarrées à reduire en pieds quarrez, au lieu de multiplier ces toiſes par 6, il les faudra multiplier par 36 : & quand on aura des pieds quarrez à reduire en pouces quarrez, au lieu de multiplier ces pieds par 12, on les multipliera par 144. Tout au contraire quand on aura des pieds quarrez à reduire en toiſes quarrées, au lieu de les diviſer par 6, on les diviſera par 36 : & quand on aura des pouces quarrez

à reduire en pieds quarrez, au lieu de les diviſer par 12, on les doit diviſer par 144, &c.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

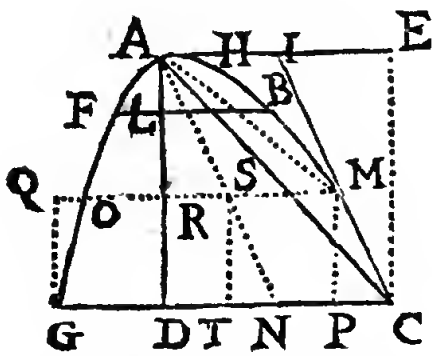
THEOREME I.

Si de la ligne courbe ABC, dont le diametre eſt AD, & la touchante au ſommet eſt AE, parallele à l'ordonnée CD, on forme ſur le diametre AD, la ligne courbe AFG, dont l'ordonnée DG ſoit égale à la partie AI terminée par la touchante correſpondante CI, & pareillement l'ordonnée LF égale à la partie AH terminée par la touchante correſpondante BH, & ainſi des autres, & qu'on tire la droite AC, l'eſpace ADGFA ſera double du Segment ABCA.

POur la demonſtration, tirez par le ſommet A à la touchan-

te CI, la parallele AN, & prenez ſur la courbe ABC, le point M infiniment proche du point C, & alors la ligne CM étant infiniment petite pourra paſſer pour une ligne droite, & par conſequent pour une partie de la touchante CI. Tirez par le même point M au diametre AD, la parallele MP, & achevez le parallelogramme MPGQ. Enfin tirez la droite AM, & par le point S au diametre AD la parallele ST.

Cette preparation étant faite, on connoiſtra aiſément que les deux



parallelogrãmes DG-QR, PTSM ſont égaux, puiſqu'ils ont les angles & les côtez égaux, chacun au ſien. Et parceque le parallelogramme PTSM eſt égal au parallelogramme CNSM, par 35. 1. & que celuy-cy eſt double du

triangle ACM, par 41. 1. il s'enſuit que le parallelogramme DGQR eſt auſſi double du triangle ACM Et comme le point Q tombe ſur la courbe AFG en O, parce que le parallelogramme PGQM n'a point de largeur, puiſque les deux poins C, M, ſont ſuppoſez infiniment proches, on peut prendre le trapeze DGOR pour le parallelogramme DGQR. Ainſi nous ſçavons que le trapeze DGOR eſt double de ſon triangle correſpondant ACM. D'où il eſt aiſé de conclure, que tous les trapezes infinis, dont l'eſpace ADGFA eſt compoſé, ſont doubles de tous les triangles infinis correſpondans, qui compoſent le Segment ABCA, & que par conſequent tout l'eſpace ADGFA eſt double de tout le Segment ABCA. Ce qu'il faloit demontrer.

Ce Theoreme eſt de grand uſage, comme vous verrez dans la ſuite; & je n'ay pas encore appris que perſonne

l'ait demontré ſi generalement que nous.

THEOREME II.

Vne Parabole eſt à un parallelogramme de même baſe & de même hauteur, comme 2 eſt à 3.

POur demontrer dans la même figure, que ſi la courbe ABC eſt la circonference d'une Parabole telle que nous l'avõs definie ailleurs, l'eſpace Parabolique ADCBA eſt au Parallelogramme ADCE, qui a la même baſe DC & la même hauteur, comme 2 eſt à 3, que l'on en forme par le Theoreme precedent, ſur le diametre AD, la courbe AFG, (qui ſera la circonference d'une autre Parabole, dont le Parametre ſera le quart de celuy de la propoſée) comme il a eſté enſeigné au Theoreme precedent, où nous avons demontré que l'eſ-

pace ADGFA eſt double du Segment Parabolique ACBA, & alors on connoiſtra aiſément que le petit eſpace Parabolique ADGFA n'eſt que la moitié du grand ADCBA, parce que les ordonnées GD, LF, &c. ne ſont que les moitiez des ordonnées correſpondantes CD, BL, &c. ou des lignes AI, AH, &c. par la proprieté de la touchante de cette Parabole, qui eſt plane, & que par conſequent le même grand eſpace Parabolique ADCBA eſt quadruple du Segment ACBA, & le triangle ADC triple du même Segment, & conſequemment le parallelogramme ADCE ſextuple du même Segment ACBA: & comme nous avons reconnu que la Parabole ADCBA, eſt quadruple de ce Segment, il s'enſuit que la Parabole ADCBA eſt au parallelogramme ADCE comme 4 à 6, ou comme 2 à 3. Ce qu'il faloit demontrer.

SCOLIE

Puiſque le triangle ADC, ou AEC ſon égal eſt triple du Segment ACBA, il s'enſuit que le complement Parabolique ABCE eſt double du même Segment, & parce que le parallelogramme ADCE eſt ſextuple de ce Segment, le complement Parabolique ABCE ſera au parallelogramme ADCE, comme 2 à 6, ou comme 1 à 3.

Si la Parabole ADC étoit ſolide, en ſorte que les cubes des ordonnées CD, BL, &c. fuſſent proportionnels aux parties correſpondantes du diametre AD, AL, on trouveroit par un raiſonnement ſemblable au precedent, que le Segment Parabolique ABCE, ſeroit au parallelogramme ADCE, comme 1 à 4, parceque la prôprieté de la touchante de cette nouvelle Parabole eſt que AI, ou DG ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante CD, comme 2 à 3, & que pareillement AH ou LF ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante

LB, comme 2 à 3, & ainſi de toutes les autres. D'où l'on conclud ſans peine que le petit eſpace Parabolique ADGFA eſt au plus grand ADCBA, auſſi comme 2 à 3: & comme il eſt au Segment Parabolique ACBA, comme 2 à 1, par le Theoreme precedent, il s'enſuit que l'eſpace Parabolique ADCBA eſt au Segment Parabolique ACBA, comme 3 à 1, &c.

On trouvera auſſi par un raiſonnement ſemblable au precedent, que ſi la Parabole ADC eſt d'un degré plus élevé, en ſorte que les quarré-quarrez des ordonnées CD, BL, &c. ſoient proportionnelles aux parties correſpondantes du diametre AD, AL, &c. le complement Parabolique ABCE eſt au parallelogramme ADCE, comme 1 à 5, parce que la proprieté de la touchante de cette Parabole Planoplane eſt que AI ou DG ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante CD comme 3 à 4, & que pareillement AH ou LF ſon égale eſt à l'ordonnée correſpondante

BL, comme 3 à 4. D'où il eſt aiſé de conclurre que le petit eſpace Paraboli-que ADGFA eſt au plus grand ADC-BA, auſſi comme 3 à 4, &c.

Ainſi on peut demontrer que dans une ſuite infinie de Paraboles de differens degrez, le Segment Parabolique AB-CE eſt au parallelogramme ADCE, comme 1 à 2, à 3, à 4, à 5, à 6, & ainſi en ſuite ſelon l'ordre des nombres na-turels; ce que l'on doit bien remarquer, parce que dans la ſuite nous en tirerons de belles conſequences. Cela depend de la proprieté des touchantes de toutes ces Paraboles, qui eſt que AI eſt à l'or-donnée correſpondante CD, comme 1 à 2, comme 2 à 3, comme 3 à 4, comme 4 à 5, & ainſi en ſuite. Cette proprieté ſera facile à demontrer à celuy qui en-tendra un peu l'Algebre; & pour ne pas m'éloigner de la brieveté que je me ſuis propoſée dans ce Traité de Geo-metrie Pratique, je n'en parleray pas davantage.

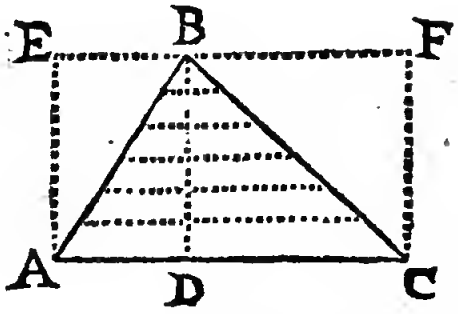
THEOREME

THEOREME III.

La ſomme des quantitez infinies en continuelle proportion arithmetique en commençant depuis o, *eſt égale à la moitié de la plus grande multipliée par le nombre qui exprime la multitude de toutes ces quantitez.*

PUiſque l'on ſuppoſe que toutes ces quantitez ſont dans une continuelle proportion arithmetique, on peut conſiderer la plus grande comme la baſe A C du triangle A B C, & la plus petite, ou o, comme le ſommet B, & toutes les autres comme des lignes droites tirées parallelement à la baſe AC au dedans du triangle ABC, en ſorte qu'elles diviſent la perpendiculaire BD en une infinité de parties égales, afin que ces parties égales étant ſelon l'ordre des nombres naturels o, 1, 2, 3, &c. en les comtant depuis

B,& conſequemment dans une continuelle proportiõ arithmetique, ces



lignes conſervent une même proportion,à cauſe de la ſimilitude des triãgles infinis,dont le triangle ABC eſt compoſé : & qu'ainſi la perpendiculaire BD repreſente le nombre de ces mêmes quantitez. Et parce que multipliant la baſe AC par la perpendiculaire BD , on a le contenu du parallelogramme rectangle AEFC , qui a même baſe & même hauteur que le triangle ABC , & qui eſt double de ce même triangle, par 41. 1. il s'enſuit que la moitié de la plus grande quantité AC multipliée par la perpendiculaire BD , ou par le nombre des quantitez infinies

arithmetiquemẽt proportionnelles, eſt égale au triangle ABC, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quantitez. Ce qu'il faloit demontrer.

Ce Theoreme eſt auſſi vray, quand le nombre des quantitez en continuelle proportion arithmetique n'eſt pas infiny, ſi au lieu de la plus grande on prend la ſomme de la plus grande & de la plus petite : mais comme cela ne contribuë rien à nôtre deſſein, nous n'en parlerons pas davantage.

THEOREME IV.

La ſomme des quarrez infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis o, eſt égal au tiers du plus grand quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quarrez.

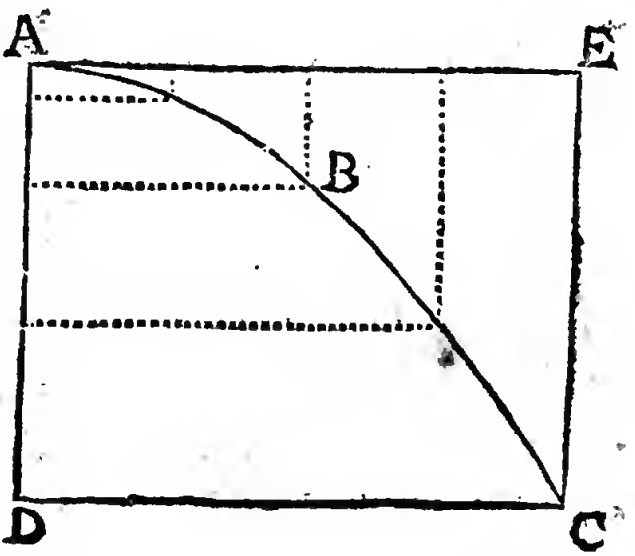
PUiſque l'on ſuppoſe que les côtez de tous ces quarrez ſont dans une continuelle proportion arith-

metique, on peut conſiderer tous ces quarrez dans une Pyramide, dont la baſe ſoit le plus grand quarré, & le ſommet le plus petit quarré ou o, en ſorte que tous ces quarrez qui compoſent la Pyramide, diviſent ſa hauteur en une infinité de parties égales, afin que ces parties égales eſtant dans une continuelle proportion arithmetique, en les comtant depuis la pointe de la Pyramide, les côtez de ces quarrez ſoient dans cette même proportion, & qu'ainſi la hauteur de la Pyramide repreſente le nombre de ces quarrez. Et parce qu'en multipliant la baſe de la Pyramide par ſa hauteur, on a le contenu d'un Priſme, lequel par *7.* 12. eſt triple de la Pyramide, il s'enſuit que le tiers du plus grand quarré multiplié par la hauteur de la Pyramide, ou par le nombre des quarrez, eſt égal à la Pyramide, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quarrez. Ce qu'il

faloit demontrer.

Comme cette demonſtration eſt particuliere, & qu'elle depend des principes de la Stereometrie, dont nous n'avons pas encore parlé, nous en donnerons une autre plus generale, de laquelle nous tirerons pluſieurs belles conſequences.

Soit ſur l'axe AD la Parabole plane ABCD, dont CD ſoit perpendiculaire à l'axe AD, & par conſequent une ordonnée, & ſoit achevé le rectangle ADCE. Diviſez le



côté AE en une infinité de parties

égales, & menez par les poins de diviſion des lignes paralleles entre elles & à l'axe AD, leſquelles ſeront terminées à la circonference ABC de la Parabole, & compoſeront le complement Parabolique ABCE, de ſorte que la ligne AE repreſentera le nombre de toutes ces paralleles, dont les quarrez ſont dans la raiſon des quarrez des nombres naturels, 0, 1, 2, 3, &c. & conſequemment des quantitez en continuelle proportion arithmetique, par la nature de cette Parabole. C'eſt pourquoy on peut conſiderer le complement Parabolique ABCE comme la ſomme des quarrez infinis de quantitez infinies en continuelle proportion arithmetique, dont le plus grand eſt EC, & le plus petit ou o eſt le point A. Et comme en multipliant ce plus grand EC par la ligne AE, qui exprime le nombre de tous ces quarrez, on a l'aire du rectangle ADCE, lequel

eſt triple du complement Parabolique ABCE, par *Theor.* 2. il s'enſuit que le tiers du plus grand quarré EC multiplié par le nombre AE de tous les quarrez, eſt égal au complement Parabolique ABCE, c'eſt à dire à la ſomme de ces mêmes quarrez. Ce qu'il faloit demontrer.

SCOLIE.

On demontrera de la même façon que *la ſomme des cubes infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis* 0, *eſt égale au quart du plus grand cube multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces cubes*, en ſuppoſant que ABCD ſoit une Parabole cubique, où il arrive que le rectangle ADCE eſt quadruple du complement Parabolique ABCE, par *Theor.* 2. Car toutes les paralleles de ce complement ſeront comme les cubes des nombres naturels,

par la proprieté de la Parabole, &c.

C'eſt auſſi de la même façon que l'on demontrera, que *la ſomme des quarré-quarrez infinis des quantitez en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis* o, *eſt la cinquiéme partie du plus grand quarré-quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quarré-quarrez*, en ſuppoſant que ABCD ſoit une Parabole d'un degré plus élevé, & ainſi en ſuite des autres Puiſſances.

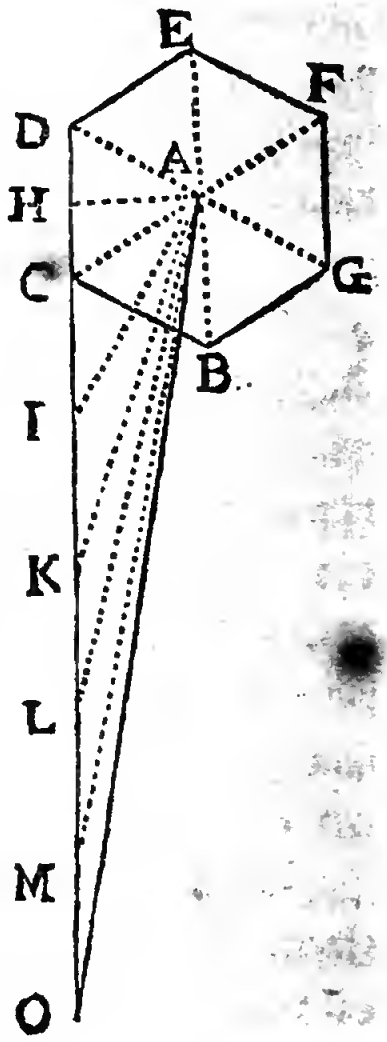
Ainſi vous voyez par ce Theoreme & par le precedent, que *les ſommes de quantitez, qui ſont dans une continuelle proportion arithmetique, de leurs quarrez, de leurs cubes, & de leurs autres Puiſſances par ordre, ſont à la plus grande multipliée par le nombre de leur multitude, comme 1 à 2, à 3, à 4, à 5, & ainſi enſuite ſelon l'ordre des nombres naturels.*

THEOREME V.

Un polygone regulier eſt la moitié du rectangle ſous ſa circonference & la perpendiculaire, qui tombe du centre ſur le milieu de l'un des côtez.

JE dis que l'aire du polygone regulier BCDEFG eſt la moitié du rectangle ſous la circonference DO & la perpendiculaire AH, qui tombe du centre A ſur le milieu H du côté CD. Car puiſque DO eſt la circonference du polygone, ou la ſomme de tous ſes côtez, ſi on la diviſe aux poins C,I,K,L,M, en autant de parties égales que le polygone regulier aura de côtez, chaque partie ſera égale au côté du polygone : & ſi on tire au centre A par les poins de diviſion des lignes droites, il ſe formera des triangles égaux entre eux & à ceux qui ſe font au dedans du polygone par les

rayons tirez de ſon centre à chacun de ſes angles, parce que tous ces triangles ont des hauteurs & des baſes égales. C'eſt pourquoy la ſomme de tous les triangles, dont les bates ſont ſur la circonference D O, c'eſt à dire tout le triangle D A O, ſera égal à la ſomme d'autant de triangles égaux qui compoſent le polygone, c'eſt à dire à tout le polygone; & comme ce triangle eſt la moitié du rectangle D O A H, prr 41 1. le polygone ſera auſſi la moitié du même rectangle. Ce qu'il faloit demontrer.



THEOREME VI.

Vn cercle eſt la moitié d'un rectangle ſous ſa circonference & ſon rayon.

CE Theoreme eſt une conſequence du precedent, car ce qui a eſté demontré d'un polygone regulier, ſe doit entendre d'un cercle, qui eſt un polygone regulier d'une infinité de côtez, où la perpendiculaire qui tombe du centre ſur l'un des côtez, devient le rayon du cercle.

Si vous voulez une autre demonſtration, diviſez le rayon du cercle en une infinité de parties égales, & décrivez du centre du même cercle par les poins de diviſion autant de circonferences de cercle, qui ſeront toutes en proportion arithmetique, parce que leurs rayons ſont dans cette même proportion ; &

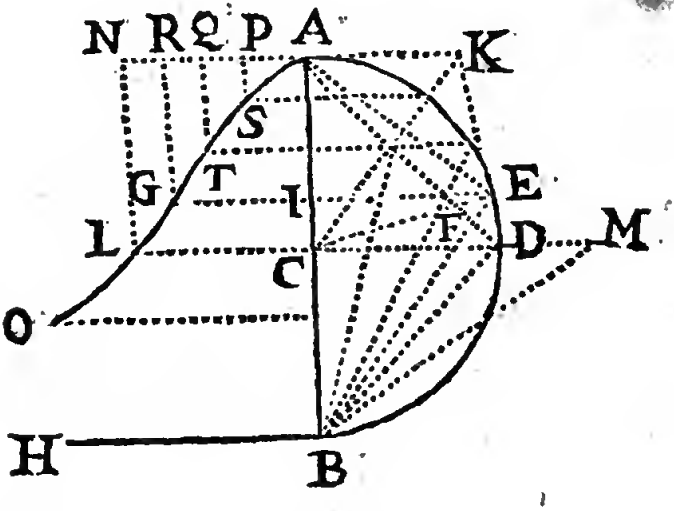
parce que le rectangle ſous la plus grande de toutes ces circonferences, qui eſt la circonference du cercle ,& le rayon, qui eſt le nombre de leur multitude, eſt double de leur ſomme, c'eſt à dire de tout le cercle, par *Theor.* 3. il s'enſuit que le cercle eſt la moitié du rectangle ſous ſa circonference & ſon rayon. Ce qu'il faloit demontrer. On demontrera de la même façon qu'un ſecteur de cercle eſt la moitié du rectangle ſous ſon arc & ſon rayon.

THEOREME VII.

Le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference, environ comme 7 à 22, ou comme 100 à 314.

POur demontrer cette verité, tirez du centre C du Demi-cercle ADB, ſur le diametre AB la perpendiculaire indefinie CD, & tirez

de l'extremité B du même diametre A B, une ligne quelconque B E, qui coupe la perpendiculaire C D prolongée quand il en ſera de beſoin, en F, & la circonference du



Demi-cercle en E, par où vous tirerez à la ligne C D, la parallele indeterminée E G, qui ſe trouvera terminée en G, en faiſant I G égale à ſa partie correſpondante C F. Comme il eſt libre de tirer la ligne B E comme l'on voudra, autant de poins E differens que l'on choiſira, autant de poins G differens on trouvera, que l'on joindra par une ligne

courbe, qui paſſera par le point A, telle qu'eſt icy A G O, qui a un point d'inflexion vis-à-vis le milieu de AC, & une aſymptote BH, qui eſt perpendiculaire au diametre AB. Nous appellerons cette ligne courbe AGO, *Quadratrice Geometrique*, parce qu'elle contribuë entierement à la quadrature du cercle, puiſqu'avec le diametre AB & l'aſymptote BH, elle comprend un eſpace indefiny ABHO, qui eſt preciſément égal au cercle, dont le diametre eſt AB, comme nous allons demontrer.

Tirez par le point A au diametre AB, la perpendiculaire AK, qui ſera une touchante, par 16. 3. & par le point E au rayon CE, la perpendiculaire EK, qui ſera auſſi une touchante, & égale par conſequent à la premiere AK. Tirez encore les droites BE, CK, qui ſeront perpendiculaires à la corde AE, parce que l'angle AEB eſt dans un Demi-

cercle, & parconſequent droit par 31. 3 & que le triangle KAC eſt égal au triangle KEC. Ainſi ces deux mêmes lignes BE, CK, ſeront paralleles entre elles, par 28.1. & l'angle ACK égal à l'angle CBE, par 29. 1. ce qui rend égaux les deux triangles rectangles ACK, CBF, par 26. 1. à cauſe des deux lignes égales CA, CB, &c. C'eſt pourquoy la ligne AK ſera égale à la ligne CF, ou à ſa correſpondante IG, qui luy eſt égale par la conſtruction, & par *Theor.* 1. l'eſpace AGI ſera double du Segment AE; D'où il eſt aiſé de conclurre que tout l'eſpace indefiny ABHO eſt double du Demi-cercle ADB, c'eſt à dire égal au cercle, dont le diametre eſt AB. Ce qu'il faloit demontrer.

Cela étant ſuppoſé, cherchons premierement l'eſpace ACLGA, terminé par les deux lignes égales AC, CL, & par la courbe AGL.

Pour le trouver, achevons le quarré ACLN ; & cherchons auparavant le complement AGLN, en trouvant une équation, qui exprime le relation de tous les poins de la courbe AGL ſur la ligne AC, ce qui ſe fera ainſi.

Si on nomme x la ligne GI, ou CF ſon égale, & y la ligne AI, & a le rayon AC, la ligne BI vaudra $2a-y$, & le quarré de la ligne IE vaudra $2ay-yy$: & parce que les quatre lignes BI, IE, BC, CF, ſont proportionnelles, par 4. 6. à cauſe des triangles ſemblables BIE, BCF, leurs quarrez ſeront auſſi proportionnels, par 22. 6. & l'on aura cette analogie, $4aa-4ay-yy$, $2ay-yy :: aa, xx$, ou $2a-y, y :: aa, xx$, & par conſequent cette équation $2axx-xxy \backsim aay$: dans laquelle on trouvera y, ou AI $\backsim \frac{2axx}{aa+xx}$, ou AI $\backsim \frac{2xx}{a} - \frac{2x4}{a3} + \frac{2x6}{a5} - \frac{2x8}{a7}$ &c. C'eſt pourquoy ſi on diviſe la ligne AN en une infinité de parties égales aux

poins P, Q, R, &c. D'où l'on tire à l'axe AB les paralleles PS, QT, RG, &c. & que la premiere partie AP ſoit appellée x, on aura AQ $\sim 2x$, AR $\sim 3x$, &c. de toutes les lignes infinies, dont le complement AGLN eſt compoſé, on trouvera.

$$PS \sim \frac{2xx}{a} - \frac{2x4}{a3} + \frac{2x6}{a5} - \frac{2x8}{a7}, \text{ \&c.}$$

$$QT \sim \frac{8xx}{a} - \frac{32x4}{a3} + \frac{128x6}{a5} - \frac{512x8}{a7}, \text{ \&c.}$$

$$RG \sim \frac{18xx}{a} - \frac{162x4}{a3} + \frac{1458x6}{a5} - \frac{13122x8}{a7},$$

&c. & ainſi des autres juſques à la derniere & plus grande NL $\sim a$. Or on peut trouver la ſomme de toutes ces ordonnées infinies, par *Theor.* 4. & par conſequent le complement AGLN, parce que tous les termes ſemblables dans les numerateurs des valeurs trouvées de toutes ces lignes ſont des doubles Puiſſances, dont les côtez ſont dans la proportion des nombres naturels, & conſequemment dans une continuelle proportion arithmetique. Ainſi on trouvera que la ſomme des nume-

rateurs de tous les premiers termes $2xx$, $8xx$, $18xx$, &c. vaut $\frac{2}{3}a5$: que celle des numerateurs des ſeconds termes $2x4$, $32x4$, $162x4$, &c. vaut $\frac{2}{5}a5$: que celle des numerateurs des troiſiémes termes $2x6$, $128x6$, $1458x6$, &c. vaut $\frac{2}{7}a7$, & ainſi enſuite. C'eſt pourquoy la ſomme de toutes ces lignes infinies, ou le complement AGLN ſera $\frac{2}{3}aa - \frac{2}{5}aa + \frac{2}{7}aa - \frac{2}{9}aa$, &c. lequel étant ôté du quarré ACLN ∽ aa, il reſtera $aa - \frac{2}{3}aa + \frac{2}{5}aa - \frac{2}{7}aa + \frac{2}{9}aa$, &c. pour l'eſpace AGLCA, dont la moitié $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{7}aa + \frac{1}{9}aa$, &c. ſera le Segment AD, auquel ajoûtant le triangle iſoſcele rectangle ADC ∽ $\frac{1}{2}aa$, on aura $aa - \frac{2}{3}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{7}aa + \frac{1}{9}aa$, &c. pour le quart de cercle ACDEA, dont le quadruple $4aa - \frac{4}{3}aa + \frac{4}{5}aa - \frac{4}{7}aa + \frac{4}{9}aa$, ſera l'aire du cercle entier, laquelle étant égale à la moitié du rectangle ſous ſa circonference & le rayon, par *Theor.* 6. ſi on la diviſe par la moitié

du rayon, c'eſt à dire par $\frac{1}{2}a$, on aura $8a - \frac{8}{3}a + \frac{8}{5}a - \frac{8}{7}a + \frac{8}{9}a$, &c. pour la circonference du cercle, dont le diametre eſt $2a$. D'où il eſt aiſé de conclurre, que le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference, comme 1 à $4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9}$, &c. ou comme 1 à $\frac{8}{3} + \frac{8}{35} + \frac{8}{99} + \frac{8}{195} \quad \frac{8}{323} + \frac{8}{483} + \frac{8}{675}$ &c. Cette progreſſion eſt aiſée à continuer, parce que les differẽces des differẽces des denominateurs ſont égales, ſçavoir 32. C'eſt pourquoy tant plus on les continuera, d'autant plus prez on approchera de la raiſon du diametre d'un cercle à ſa circonference & ſi au lieu de donner 1 au diametre, on luy donne 7, ſa circonferẽce ſera $\frac{56}{3} + \frac{56}{35} + \frac{56}{99} + \frac{56}{195} + \frac{56}{323} + \frac{56}{483} + \frac{56}{675}$ &c. & ſi on reduit en entiers toutes ces fractions, on trouvera que le diametre étant 7, la circonference ſera preſque 22, & qu'ainſi le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference,

environ comme 7 à 22, ce qui eſt une des choſes qu'il faloit demontrer. Mais ſi on donne 100 au diametre, la circonferẽce ſera $\frac{800}{3} + \frac{800}{35} + \frac{800}{99} + \frac{800}{195} + \frac{800}{2} + \frac{800}{483} + \frac{800}{675}$, &c. & ſi on reduit en entiers toutes ces fractions, en les prolongeant au moins dix fois plus avant qu'elles ne ſont pas icy, la circonference ſera environ 314. Ainſi l'on void que le diametre d'un cercle eſt à ſa circonference à peu prez comme 100 à 314, ce qui reſtoit à demontrer.

Comme cette raiſon demande une plus longue ſuite de termes que la precedente, on void évidemment qu'elle doit être plus exacte, & c'eſt pour cela, & auſſi parce qu'elle eſt plus commode dans la pratique, que nous nous en ſervirons dans la ſuite.

THEOREME VIII.

L'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 à 1000.

SI on ſuppoſe que le diametre d'un cercle ſoit 100, ſa circonference ſera 314, par le Theoreme precedent, & parce que l'aire d'un cercle eſt la moitié d'un rectangle ſous le rayon & la circonference, par *Theor.* 6. ſi on multiplie la circonference 314 par le rayon 50, on aura 15700 pour le contenu de ce rectangle, dont la moitié 7850 ſera l'aire du cercle. Et ſi on multiplie le diametre 100 par luy-même, on aura 10000 pour le quarré du diametre. Ainſi le contenu du cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 7850 à 10000, ou comme 785 à 1000. Ce qu'il faloit demontrer.

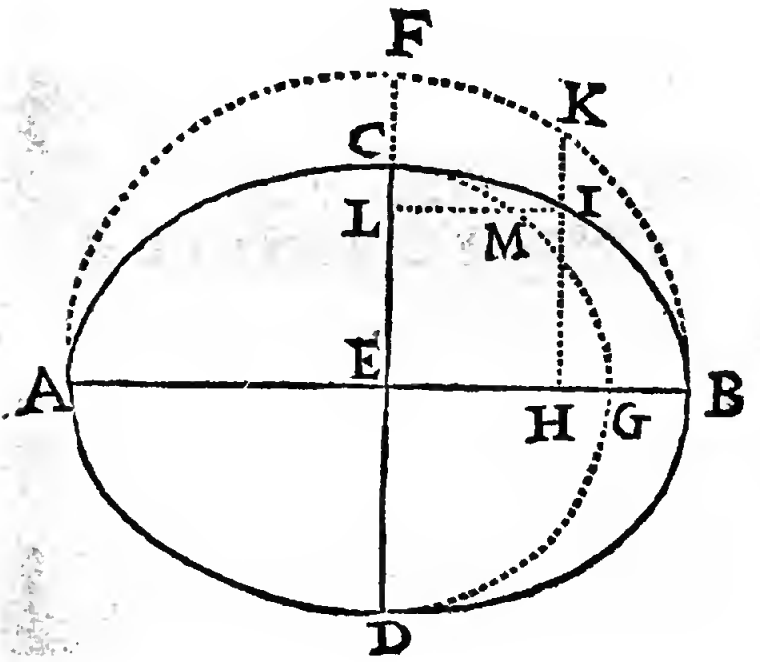
THEOREME IX.

Vne Ellipſe eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes.

POur demontrer que l'Ellipſe ACBD eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre ſes deux axes AB, CD, décrivez du centre E, alentour des deux axes AB, CD, les Demi-cercles AFB, CGD, & tirez du point I pris à diſcretion ſur la circonference de l'Ellipſe, aux deux axes AB, CD, les perpendiculaires IH, IL, qui coupent les circonferences des Demi-cercles aux poins K, M.

Cette preparation étant faite, on connoiſt par la proprieté commune de l'Ellipſe, que puiſque CE, IH, ſont deux ordonnées à l'axe AB, le rectangle AEB, ou le quarré de EF,

eſt au rectangle AHB, c'eſt à dire au quarré de HK, comme le quarré de CE, au quarré de IH; c'eſt



pourquoy par 21. 6. les quatre lignes EF, HK, CE, HI, ſeront proportionnelles; d'où il eſt aiſé de conclurre, que toutes les ordonnées du cercle AB, c'eſt à dire le cercle AB, ſont à toutes les ordonnées de l'Ellipſe, ou a l'Ellipſe, comme l'axe AB à l'axe CD. Pareillement puiſque EB, LI, ſont deux ordon-

nées à l'axe CD, le rectangle CED, ou le quarré de EG, eſt au rectangle CLM, c'eſt à dire au quarré de LM, comme le quarré de EB, au quarré de LI; & que parconſequent les quatre lignes EG, LM, EB, LI, ſont proportionnelles; d'où l'on conclud aiſément que toutes les ordonnées du cercle CD, c'eſt à dire le cercle CD, ſont à toutes les ordonnées de l'Ellipſe, ou a l'Ellipſe, comme l'axe CD à l'axe AB: & parce que nous avons auparavant demontré, que le cercle AB eſt à l'Ellipſe, comme l'axe AB à l'axe CD, il s'enſuit que l'Ellipſe eſt moyenne proportionnelle entre les cercles AB, CD, & que par conſequent elle eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes AB, CD. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME

THEOREME X.

Vne Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 1000.

PUiſqu'un cercle eſt au quarré de ſon diametre comme 785 à 1000, par *Theor.* 8. & que par le Theoreme precedent une Ellipſe eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre ſes deux axes, on peut mettre à la place du premier cercle une Ellipſe, & à la place du quarré du diametre le rectangle ſous les deux axes, & il ſera vray de dire qu'une Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 1000. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XI.

La ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur & la circonference de ſa baſe.

POur demontrer que la ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur & la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe ; que l'on diviſe cette circonference en une infinité de parties égales, & que des poins de diviſion on éleve ſur la baſe autant de perpendiculaires, qui ſeront égales entre-elles & à la hauteur du cylindre, & repreſenteront autant de rectangles infiniment petits, dont la ſurface du cylindre ſera compoſée, & dont la hauteur commune ſera la même que celle du cylindre. C'eſt pourquoy la ſomme de tous ces rectangles infinis, ou la ſurface du cylindre, doit être égale, par 1.2.

au ſeul rectangle ſous la hauteur du cylindre & la ſomme des baſes infinies de tous les rectangles, c'eſt à dire la circonference du cercle, qui ſert de baſe au cylindre. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XII.

La ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le côté du cone & la circonference de ſa baſe.

POur demontrer que la ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le côté du cone & la circonference du cercle qui luy ſert de baſe ; que l'on diviſe, comme auparavant, cette baſe en une infinité de parties égales, & que par les poins de diviſion on tire à la pointe du cone autant de lignes droites, qui ſeront égales entre-elles & repreſenteront les côtez d une infinité de triangles iſoſceles, dont la

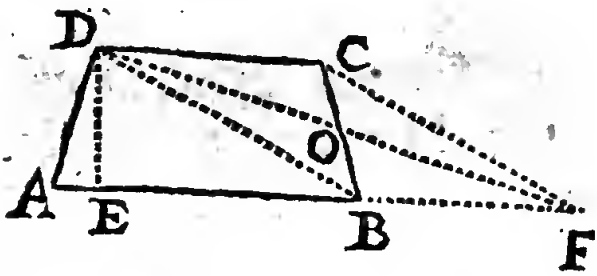
Surface du cone ſera compoſée, & dont la hauteur cõmune ſera le côté du cone: & parceque chacun de ces triangles eſt la moitié d'un rectangle qui a même baſe & même hauteur; par 41. 1. il s'enſuit que la ſomme de ces mêmes triangles, c'eſt à dire la ſurface du cone, eſt auſſi la moitié de la ſomme de tous les rectangles, c'eſt à dire du ſeul rectangle ſous le côté du cone & la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XIII.

L'aire d'un Trapeze, qui a deux côtez paralleles, eſt la moitié d'un rectangle ſous la ſomme des deux côtez paralleles & la perpendiculaire tirée entre ces deux mêmes côtez.

POur demontrer que ſi les deux côtez AB, CD, du Trapeze ABCD, ſont paralleles, ce Tra-

peze eſt la moitié du rectangle ſous la ſomme des deux côtez paralleles A B, C D, & la perpendiculaire D E tirée entre ces deux mêmes côtez ; que l'on tire par le point C à la diagonale D B, la parallele C F,



qui rencontrera le côté A B prolongé en F, par lequel & par le point D, on tirera la droite D F.

Cette preparation étant faite, on connoiſt par 34. 1. que la figure B F C D étant un parallelogramme, les deux côtez oppoſez B F, C D, ſont égaux, & qu'ainſi la ligne A F eſt la ſomme des deux côtez paralleles A B, C D. On void auſſi, par 37. 1. que les triangles C F D, B F D, ſont égaux, c'eſt pourquoy ſi de chacun on ôte le triangle commun

COF, il reſtera le triangle COD égal au triangle BOF, & ſi à chacun de ces deux triangles égaux on ajoûte le trapeze ABOD, on aura le grand Trapeze ABCD égal au grand triangle ADF, lequel étant la moitié du rectangle ſous ſa baſe AF & ſa hauteur DE, par 41. 1. le Trapeze ABCD eſt auſſi la moitié du même rectangle. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XIV.

La ſurface d'un cone droit tronqué eſt la moitié du rectangle ſous ſon côté & la ſomme des circonferences des deux baſes oppoſées & paralleles.

POur demontrer la verité de ce Theoreme, diviſons par penſée les circonferences des deux cercles oppoſez, qui ſervent de baſes à ce cone tronqué, en une infinité de parties égales, & faiſons paſſer par

les poins oppoſez de diviſion des lignes droites ; qui repreſenteront une infinité de petits Trapezes, dont toute la ſurface du cone tronqué ſera compoſée, & dont les perpendiculaires compriſes entre les deux côtez paralleles ſeront égales entre elles & au côté du cone tronqué: & comme l'un de ces Trapezes eſt, par le Theoreme precedent, la moitié du rectangle ſous la ſomme des deux côtez oppoſez & la perpendiculaire tirée entre ces deux côtez, il eſt aiſé de conclurre, que la ſomme de tous ces Trapezes, ou la ſurface du cone tronqué eſt la moitié de la ſomme de tous les rectangles, c'eſt à dire du ſeul rectangle ſous la ſomme des circonferences des deux cercles oppoſez qui ſervent de baſes au cone tronqué, & la hauteur commune de tous ces rectangles, ou le côté du cone tronqué. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME XV.

Le quarré du diametre d'une ſphere eſt à la ſurface de la même ſphere, comme 100 *à* 314.

PUiſque par *Theor.* 8. l'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 à 1000, l'aire du grand cercle d'une ſphere ſera à 785, comme le quarré du diametre à 1000: & puiſque par *Prop. 30. l. 1. d'Archimede de la ſphere & du cylindre*, la même aire eſt à la ſurface de la ſphere, comme 1 à 4, ou comme 785 à 3140, il s'enſuit que la quarré du diametre d'une ſphere eſt à la ſurface de la même ſphere, comme 1000 à 3140, ou comme 100 à 314. Ce qu'il faloit demontrer.

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

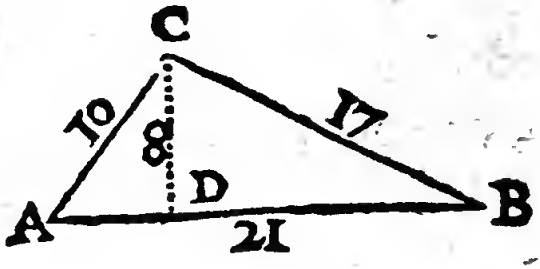
PROBLEME I.

Mesurer un triangle.

UN triangle se peut mesurer en deux façons, sçavoir par la perpendiculaire, & sans la perpendiculaire. Le voulant mesurer par la perpendiculaire, tirez-la, pour une plus grande commodité, du plus grand angle sur le plus grand côté, aprés quoy vous chercherez les Segmens, & en suite la perpendiculaire, comme il a été enseigné dans la Trigonometrie. Cette perpendiculaire étant ainsi trouvée, on la doit multiplier par le côté sur lequel elle tombe, & la moitié du produit donnera le contenu du triangle proposé par. 41 1.

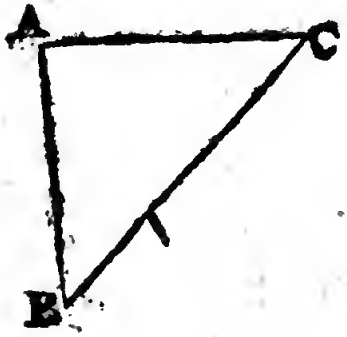
Ainsi pour trouver le contenu du

triangle ABC, dont les côtez ſont ſuppoſez d'autant de toiſes que vous



les voyez marquez dans la figure, tirez du plus grand angle C, ſur le plus grand côté AB, la perpendiculaire CD, qui ſe trouvera de 8 toiſes, leſquelles étant multipliées par les 21 toiſes du côté AB, ſur lequel elle tombe, la moitié du produit donnera 84 toiſes quarrées pour le contenu du triangle propoſé ABC.

Il eſt bien évident qu'il ne ſera pas beſoin, ſi l'on ne veut, de tirer aucune perpendiculaire, lorſque le triangle ſera rectangle, comme



ABC, parce que l'un des côtez ſervira de perpendiculaire. Ainſi il n'y aura qu'à multiplier enſemble les deux côtez AB, AC, & prendre la moitié de leur produit.

Tant ſoit peu qu'on s'éloigne de la veritable longueur de la perpendiculaire, qui ſe trouve rarement rationelle & ſans fractions, on s'éloignera ſenſiblement de la veritable aire du triangle. Sur tout lorſque le côté ſur lequel elle tombe ſera bien grand. C'eſt pourquoy il vaudra mieux meſurer le triangle ſans la perpendiculaire en cette ſorte.

Ajoûtez enſemble les trois côtez, pour avoir leur ſomme 48, dont la moitié eſt 24: oſtez de cette moitié 24 chacun des trois côtez, l'un aprés l'autre, pour avoir les trois differences 14, 7, 3. Multipliez la même moitié 24 par l'une des trois differences precedentes, comme par la troiſiéme 3, & le produit 72

par l'une des deux autres differences, comme par la ſeconde 7, & ce ſecond produit 504 par la difference qui reſte 14, pour avoir un troiſiéme produit 7056, dont la racine quarrée donnera, comme auparavant, 84 toiſes quarrées pour l'aire qu'on cherche.

Si vous ne pouvez pas prendre exactement la moitié de la ſomme de tous les côtez, en ſorte qu'il reſte quelque choſe, il ne faudra pas negliger ce reſte : mais pour éviter les fractions, qui donnent de la peine à ceux qui n'y ſont pas accoûtumez, doublez les nombres des toiſes de chaque côté du triangle, & ſervez-vous de ces côtez ainſi doublez pour trouver l'aire du triangle, laquelle il faudra diviſer par 4, pour avoir celle du triangle propoſé, parce que quand on double les côtez d'un triangle, il vient un triangle quadruple, par 19.6.

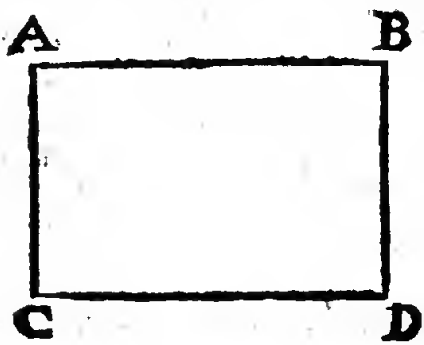
Si les côtez du triangle ſont ex-

primez par des fractions, on les reduira tous en même denomination, & ſans avoir égard au denominateur commun, on cherchera l'aire du triangle, laquelle on diviſera par le quarré du denominateur commun, pour avoir l'aire du triangle propoſé.

PROBLEME II.

Meſurer un Parallelogramme.

SI le Parallelogramme eſt un rectangle, comme A B C D on multipliera la longueur AB par la largeur AC, & le produit donnera l'aire du Parallelogramme propoſé, comme nous avons demontré dans la preface de cette troiſiéme Partie.



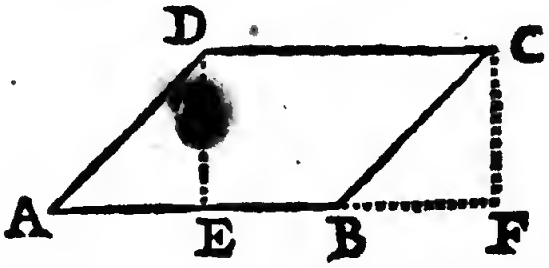
Comme il ne s'agit icy que de

multiplier deux lignes enſemble, & qu'il arrive ſouvent que ces lignes ſont exprimées par des fractions, comme ſi la longueur étoit de 3 toiſes & 2 pieds, & la largeur de 2 toiſes & 3 pieds, il faudroit reduire les toiſes en pieds, & multiplier les 20 pieds de la longueur par les 15 de la largeur, & le produit donnera 300 pieds quarrez pour l'aire qu'on cherche, que l'on reduira ſi l'on veut en toiſes quarrées, en les diviſant par 36, parce qu'une toiſe quarrée a 36 pieds quarrez, &c.

Si les côtez eſtoient exprimez en toiſes, pieds, & pouces, il les faudroit toûjours reduire en la plus baſſe eſpece, comme icy en pouces, en multipliant les toiſes par 6, parce qu'une toiſe courante a 6 pieds, pour avoir des pieds, auſquels on ajoûtera les pieds donnez, & en multipliant la ſomme de ces pieds par 12, pour avoir des pouces, auſquels on ajoûtera les pouces don-

nez, aprés quoy on trouvera l'aire en pouces quarrez, qu'on reduira en pieds quarrez en les diviſant par 144, & les pieds quarrez en toiſes quarrées en les diviſant par 36.

Si le Parallelogramme propoſé n'eſt pas rectangle, comme ABCD,

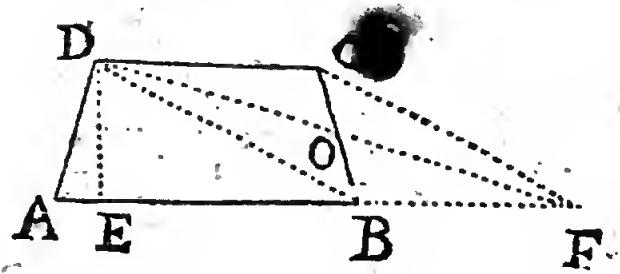


on fera tomber de l'un de ſes angles, comme D, ſur ſon côté oppoſé AB, la perpendiculaire DE, que l'on doit meſurer, & multiplier ſa longueur par celle du côté AB, ſur lequel elle tombe, & le produit donnera le contenu qu'on cherche, parce qu'ainſi on a l'aire du Parallelogramme rectangle CDEF, lequel eſt égal au propoſé ABCD, par 35. 1.

PROBLEME III.

Mesurer un Trapeze.

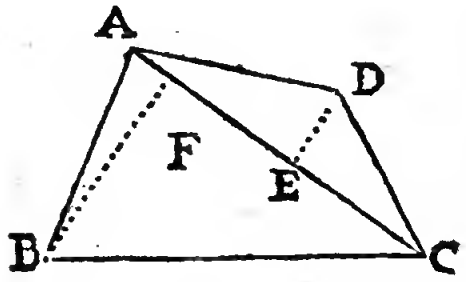
SI le Trapeze a deux côtez paralleles, comme ABCD, dont les deux côtez AB, CD, sont pa-



ralleles, on tirera entre ces deux côtez paralleles la perpendiculaire DE, & on en multipliera la longueur par la somme des deux côtez paralleles AB, CD, & la moitié du produit donnera l'aire qu'on cherche, comme il est évident par *Theor.* 13.

Mais si le Trapeze proposé n'a point de côtez paralleles, comme ABCD, on le reduira en deux

triangles par une diagonale, comme par la diagonale AC : car ſi par *Probl.* 1. on meſure à part chacun des deux triangles ACB, ACD, la ſomme de leurs aires donnera celle de la figure propoſée ABCD.



Si vous vous ſervez de la perpendiculaire pour meſurer ces deux triangles, il ſera bon de la tirer dans chaque triangle ſur la même diagonale AC, comme DE, BF. Car ſi on multiplie la ſomme des deux perpendiculaires DE, BF, par le côté commun AC, la moitié du produit donnera l'aire du Trapeze propoſé ABCD.

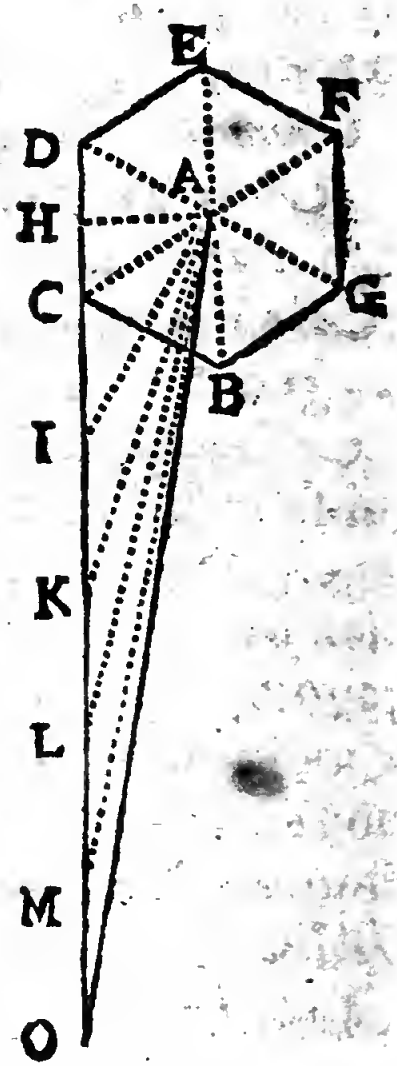
Quand nous diſons qu'il faut multiplier enſemble deux lignes, cela ſuppoſe qu'on en connoiſſe les longueurs, ce qui ſe peut faire en les meſurant actuellement ſur le terrain

avec un cordeau, ou autrement, ou en les portant sur l'Echelle particuliere du Plan, si le Trapeze est racourcy sur le papier.

PROBLEME IV.

Mesurer un Polygone.

SI le Polygone est regulier, comme BCDEFG, on multipliera la somme de tous les côtez par la perpendiculaire AH, qui tombe du centre A sur le milieu du côté CD, & la moitié du produit donnera l'aire de l'Exagone proposé BCDEFG, com-



me il eſt évident par *Theor.* 5.

Quand on a meſuré le côté CD, on peut connoiſtre tres-exactement la perpendiculaire AH par la Trigonometrie dans le triangle rectangle AHD, ou AHC, dans lequel on connoiſt outre les angles, le côté DH, ou CH, moitié du côté connu CD, que nous ſuppoſerons de 10 toiſes, en faiſant cette analogie,

Comme le Sinus Total 100000
A la Tangente de la moitié de l'angle du Polygone 173205
Ainſi la moitié du côté du Polygone 5
A la perpendiculaire 8

qui ſe trouvera d'environ 8 toiſes & 4 pieds, leſquels eſtant multipliez par le contour du Polygone, ſçavoir par 60 toiſes, ou 360 pieds, la moitié du produit donnera environ 260 toiſes quarrées pour le contenu de l'Exagone propoſé BCDEFG.

Tant ſoit peu qu'on s'éloigne de

la veritable longueur de la perpendiculaire ; en negligeant les fractions, on s'éloignera beaucoup de la veritable aire : & pour la trouver avec toute l'exactitude poſſible ſans paſſer par les fractions, faites ainſi.

Diviſez 360 degrez par le nombre des côtez du Polygone, comme icy par 6, pour avoir l'angle du centre CAD, qui ſe trouvera de 60 degrez, dont la moitié donne l'angle CAH de 30 degrez, & le complement de cette moitié donne la moitié de l'angle du Polygone ACH de 60 degrez, dont la Tangente eſt 1732050 ; que l'on multipliera par l'un des côtez du Polygone, ſçavoir par 10, & le produit 1732050 par la ſomme 60 des côtez, pour avoir un ſecond produit 103923000, qu'il faudra toûjours diviſer par le quadruple du rayon ſçavoir par 400000, & le quotient donnera 259 toiſes quarrées, & environ 29 pieds quarrez pour l'aire qu'on cherche.

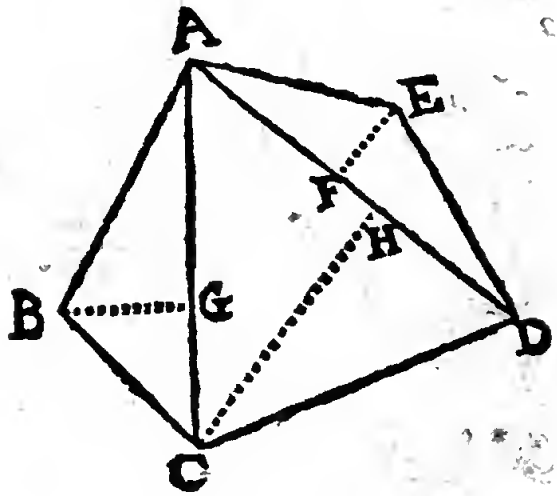
C'eſt par cette maniere que nous avons ſupputé la Table ſuivante, qui montre les aires des Polygones,

Pentagone	1720475
Exagone	2598075
Eptagone	3633525
Octogone	4828427
Enneagone	6181824
Decagone	7694200
Ondecagone	9363805
Dodecagone	11196152

depuis le Pentagone juſqu'au Dodecagone, le côté du Polygone étant par tout de mille parties. Par le moyen de cette Table on peut aiſément trouver l'aire d'un Polygone, dont le côté ſera plus ou moins de 1000 parties : car puiſque les Polygones ſemblables ſont comme les quarrez de leurs côtez homologues, par 20. 6. il n'y a qu'à multiplier le quarré du côté du Polygone propoſé par l'aire qui luy répond dans la Table precedente, & diviſer le produit par le quarré de

mille, ſçavoir par 1000000. Comme icy 100 par 2598075, & diviſer le produit 259807500 par 1000000, & le quotient donnera 259 toiſes quarrées & 29 pieds quarrez, comme auparavant, pour l'aire de l'Exagone propoſé BCDEFG.

Si le Polygone propoſé n'eſt pas regulier, comme le Pentagone ABCDE, on le reduira en triangles par pluſieurs diagonales, que l'on tirera par deux angles tels que l'on voudra, comme icy en trois



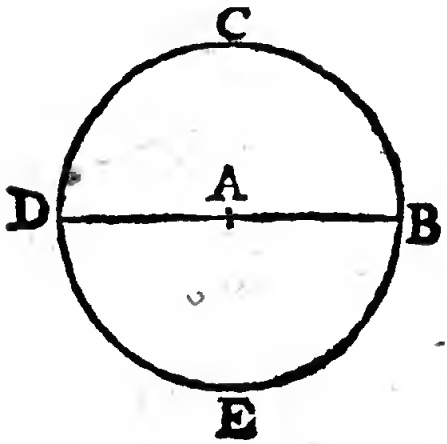
triangles par les deux diagonales AC, AD, & meſurant à part

les aires de chacun des trois triangles A D E, A D C, A B C, par *Probl.* 1. leur ſomme donnera celle du Pentagone propoſé ABCDE.

PROBLEME V.

Meſurer un cercle.

PRemierement ſi l'on veut trouver la circonference BCDE, le diametre BD, étant ſuppoſé connu comme de 50 pieds, on multipliera le diametre 50 toûjours par 314, & on diviſera le produit 15700 toûjours par 100, & le quotient donnera 157 pieds pour la circonference qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 7.



Il faudroit faire tout le contraire, ſi on vouloit trouver le diametre d'un cercle par ſa circonference connuë, c'eſt à dire qu'il faudroit multiplier la circonference connuë par 100, & diviſer le produit par 314.

Ainſi on pourra connoiſtre facilement le diametre de la Terre, ou la diſtance qu'il y a d'icy à nos Antipodes. Car ayant reconnu par obſervation, qu'un degré de la Terre vaut environ 20 lieuës communes de France, ſi on multiplie ces 20 lieuës par 360, on aura 7200 lieuës pour la circonference de la Terre, qui étant multipliée par 100, & le produit 720000 étant diviſé par 314, le quotient donnera environ 2293 lieuës pour le diametre qu'on cherche.

Secondement ſi l'on veut trouver l'aire du cercle, dont le diametre BD ſoit connu, comme de 50 pieds, ayant trouvé ſa circonference de 157 pieds,

pieds, on la multipliera par le diametre 50, & le produit 7850 étant diviſé par 4, on aura 1962 pieds quarrez & 72 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 6.

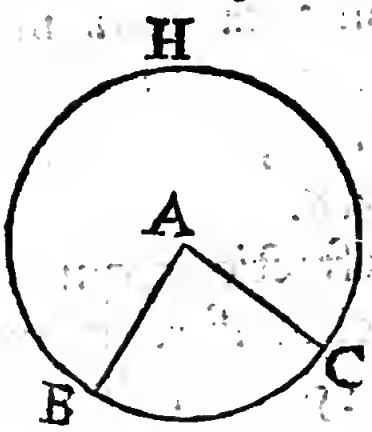
Pour éviter les fractions, qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le quarré 2500 du diametre 50, toûjours par 785, & diviſez le produit 1962500 toûjours par 1000, & le quotient donnera 1962 pieds quarrez & 72 pouces quarrez comme auparavant, pour l'aire du cercle propoſé ABCD, comme il eſt évident par *Theor.* 8.

PROBLEME VI.

Meſurer un Secteur de cercle.

POur trouver l'aire du Secteur ABC, dont les rayons A B, AC, ſont ſuppoſez chacun de 100 pieds, & l'arc BC, ou l'angle BAC

de 50 degrez, on cherchera premierement par le Probleme precedent, l'aire du cercle entier, laquelle se trouvera de 31400 piedsquarrez : & comme l'aire du Secteur est à celle du cercle entier, comme son arc à la circonference entiere, c'est à dire icy comme 50 à 360, si on multiplie l'aire du cercle 1400 par 50, & qu'on divise le produit 1570000 par 360, le quotient donnera 4361 pieds quarrez & 16 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche.



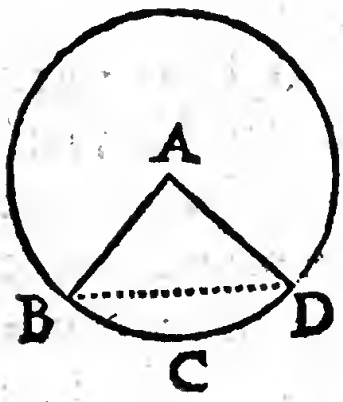
Pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans l'aire du cercle, multipliez le quarré 40000 du diametre 200 toûjours par 157, & le produit 6280000 par les degrez de l'angle du Secteur, comme icy par

50, & diviſez ce ſecond produit 314000000 toûjours par 72000, & le quotient donnera, comme auparavant, 4361 pieds quarrez & 16 pouces quarrez pour le contenu du Secteur propoſé ABC.

PROBLEME VII.

Meſurer un Segment de cercle.

IL eſt évident que pour trouver l'aire du Segment BDC, il n'y a qu'a ôter le triangle ABD du Secteur ABCD, & qu'ainſi on doit connoiſtre, comme auparavant, le Rayon AB, ou AD, & l'arc BCD, ou l'angle BAD. Nous les ſuppoſerons tels qu'ils ont été ſuppoſez au Probleme precedent, aprés quoy il ne ſera pas difficile de trouver l'aire du



triangle isoscele ABC, où l'on connoist outre les angles le côté AB ou AD, ce qui fait qu'on pourra connoistre par la Trigonometrie le troisiéme côté BD, & en suite l'aire du triangle ABD, par *Probl.* 1. Mais pour trouver l'aire de ce triangle methodiquement & tres-exactement faites ainsi.

Multipliez le Sinus 42262 de la moitié de l'angle du Secteur, ou de 25 degrez, par le Sinus 90631 du complement de cette même moitié, & multipliez le produit 3830247322 par le quarré 40000 du diametre 200, pour avoir un second produit 153209892880000, lequel étant divisé par le quadruple du quarré du Sinus Total, sçavoir par 4000000000, le quotient donnera 3830 pieds quarrez & environ 36 pouces quarrez pour l'aire du triangle ABD, laquelle étant ôtée de celle du Secteur ABCD, qui a été trouvée au Probleme precedent de

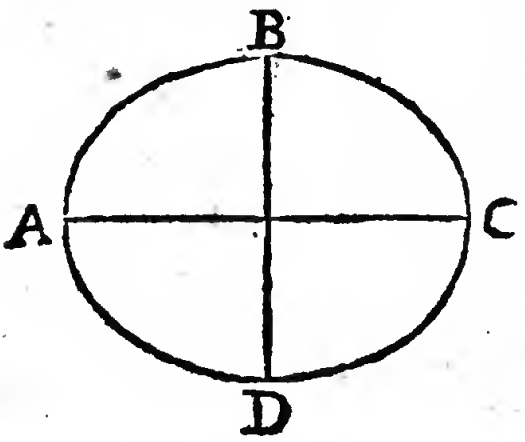
4361 pieds quarrez & d'environ 16 pouces quarrez, le reſte 530 pieds quarrez & 124 pouces quarrez ſera l'aire du Segment propoſé BDC.

Pour éviter les grands nombres, qui arrivent icy, ſervez-vous des Logarithmes, & ajoûtez enſemble ces trois choſes, le Logarithme 96259482 du Sinus de la moitié de l'angle du Secteur, le Logarithme 99572757 du Sinus du complement de la même moitié, & le double 46020598 du Logarithme 23010299 du diametre 200, & ôtez de la ſomme 241852837 la ſomme 206020599 du Logarithme 06020599 de 4, & du double 200000000 du Logarithme 100000000 du Sinus Total, le reſte 35832238 ſera le Logarithme de 3830 pieds quarrez & 36 pouces quarrez pour l'aire du triangle ABD.

PROBLEME V III.

Meſurer une Ellipſe.

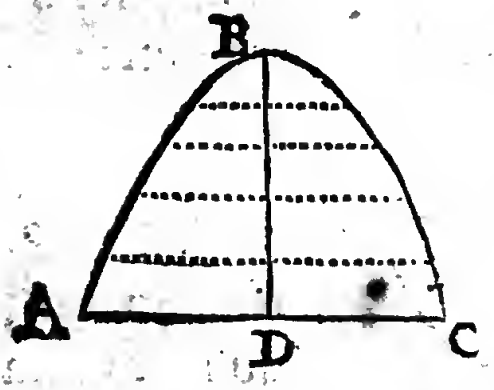
POur trouver l'aire de l'Ellipſe ABCD, dont le plus grand axe AC eſt ſuppoſé de 200 pieds, & le plus petit B D de 144, multipliez enſemble ces deux axes, pour avoir le contenu de leur rectangle, 28800, qu'il faudra toûjours multiplier par 785, & diviſer le produit 22608000 toûjours par 1000, & le quotient donnera 22608, pieds quarrez pour l'aire de l'Ellipſe propoſée ACBD; comme il eſt évident par *1 heor.* 10.



PROBLEME IX.

Meſurer une Parabole.

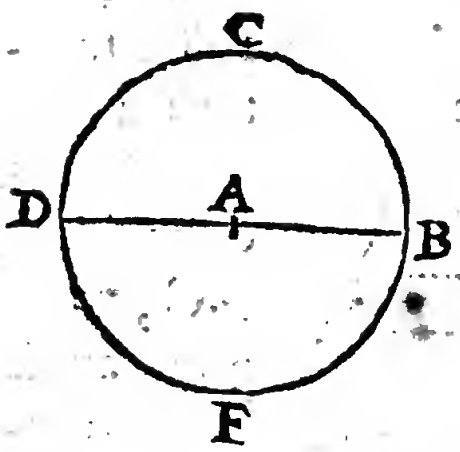
POur trouver le contenu de la Parabole ABC, dont la baſe AC eſt ſuppoſée de 180 pieds, & la hauteur BD de 108, multipliez enſemble ces deux lignes AC, BD, pour avoir leur rectangle 19440, dont le double 38880 étant diviſé par 3, on aura 12960 pieds quarrez pour l'aire de la Parabole propoſée ABC, comme il eſt évident par *Theor.* 2.



PROBLEME X.

Meſurer la Surface d'une ſphere.

POur trouver la Surface de la ſphere BCDE, dont le diametre BD eſt ſuppoſé de 200 pieds,



multipliez ce diametre 200 par luy-même, pour avoir 80 quarré 40000, qu'il faudra multiplier toûjours par 314, & diviſer le produit 12560000 toûjours par 100, & le quotient donnera 125600 pieds quarrez pour la Surface de la ſphere propoſée BCDE, comme il eſt évident par *Theor.* 15.

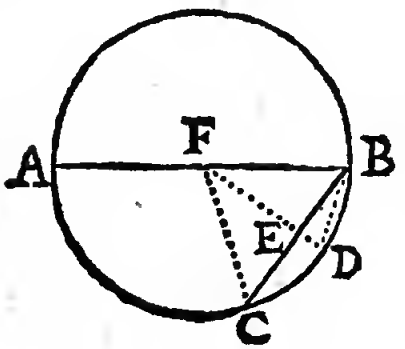
Ainſi parce que le diametre de la Terre eſt d'environ 2293 lieuës communes de France, ſa Surface ſe

trouvera d'environ 720002 lieuës quarrées.

PROBLEME XI.

Meſurer la Surface d'un Segment de Sphere.

POur trouver la Surface du Segment de ſphere BCD, le diametre AB étant ſuppoſé de 200 pieds, & l'arc BDC de 80 degrez, on cherchera l'aire d'un cercle, dont le rayon ſoit égal à la corde BD de la moitié de l'arc BDC, & cette aire donnera celle du Segment propoſé BCD, par *Prop. 36. liv. 1. d'Archimede de la Sphere & du Cylindre.* Ainſi toute la difficulté eſt de trouver le rayon BD, ce que l'on fera aiſément par cette analogie,



Comme le Sinus Total 100000
Au diametre AB 200
Ainſi le Sinus du quart de l'arc BC 34202
A la ligne BD 68

qui ſe trouvera de 68 pieds & d'environ 5 pouces.

De ce que l'aire du Segment BCD eſt égale au cercle, dont le rayon eſt BD, il s'enſuit que cette même aire eſt auſſi égale au rectangle ſous la hauteur DE & la circonference du grand cercle de la ſphere. La circonference du grand cercle ſe peut trouver par *Probl.* 5. & la hauteur DE par cette analogie,

Comme le Sinus Total 100000
Au demidiametre DF 100
Ainſi le Sinus du complement de la moitié de l'arc BDC 76604
A la ligne EF 76

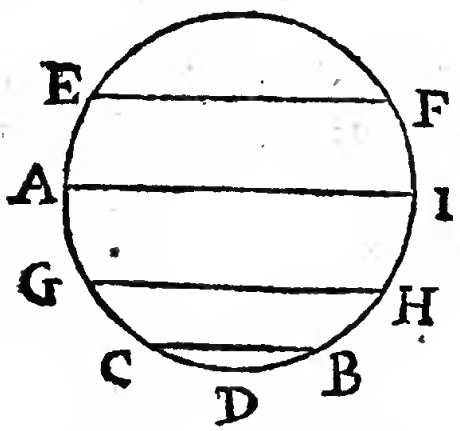
laquelle ſe trouvera de 76 pieds & d'environ 7 pouces, leſquels étant ôtez du demidiametre DF 100, il reſtera 23 pieds & 5 pouces pour la hauteur DE.

Mais pour venir à la pratique, & pour trouver methodiquement & exactement l'aire du Segment proposé BCD, sans passer par les fractions, multipliez le sinus 34202 du quart de l'arc BDC par le diametre AB 200, & multipliez le produit 6440400 par luy-même, pour avoir son quarré 46791072160000, qu'il faudra multiplier toûjours par 314, & diviser le produit 14692396658240000 toûjours par cent fois le quarré du Sinus Total, sçavoir par 1000000000000, & le quotient donnera 14692 pieds quarrez & environ 57 pouces quarrez pour la Surface du Segment proposé BCD.

Pour avoir un calcul moins long, servez-vous des Logarithmes, & ajoûtez le Logarithme 95340517 du Sinus du quart de l'arc BDC au Logarithme 23010300 du diametre AB 200, la somme sera 118350817, dont le double est 236701634, auquel vous ajoûterez

le Logarithme 24969296 de 314, & vous ôterez de la ſomme 261670-930 la ſomme 220000000 du Logarithme 20000000 de 100, & du double 200000000 du Logarithme 100000000 du Sinus Total, & il reſtera ce Logarithme 41670930, auquel il répond dans les Tables 14692 pieds quarrez & environ 57 pouces quarrez pour l'aire qu'on cherche.

Par cette maniere de meſurer la Surface d'un Segment de ſphere, on pourra meſurer cette partie de la Surface de la Terre, qui eſt terminée par l'un des cercles Polaires, & qu'õ appelle *zone froide*, comme BCD, dont l'arc BDC, eſt de 47 degrez.



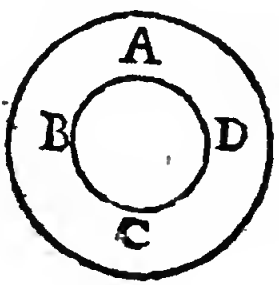
On pourra de la même façon me-

ſurer la Surface du Segment GDH, terminé par le Tropique GH, & dont l'arc GDH eſt de 133 degrez. Et ſi de ce Segment on ôte le premier, il reſtera la portion GCBH, qu'on appelle *zone temperée* ; & ſi on ôte le double de ce même Segment de la Surface entiere de la Terre, il reſtera la zone GHFE, qu'on nomme *Zone torride*.

PROBLEME XII.

Meſurer une Couronne.

ON void aiſément que pour trouver l'aire de la Couronne ABCD, qui eſt terminée par les circonferences de deux cercles concentriques, dont les diametres ſont ſuppoſez connus, comme le plus grand de 200, & le plus petit de 122



pieds, il n'y a qu'à ôter l'aire du petit cercle, laquelle ſe trouvera de 11683 pieds quarrez & d'environ 135 pouces quarrez, par *Probl.* 5. de celle du grand cercle, laquelle ſe trouvera de 31400 pieds quarrez, le reſte donnera 19716 pieds quarrez & 9 pouces quarrez pour l'aire de la couronne propoſée ABCD.

Ou bien plus facilement, pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans l'aire de chaque cercle, multipliez la ſomme 322 des deux diametres par leur difference 78, & multipliez le produit 25116 toûjours par 157, & diviſez ce ſecond produit 3943212 toûjours par 200, le quotient donnera comme auparavant, 19716 pieds quarrez & environ 9 pouces quarrez, pour l'aire qu'on cherche.

PROBLEME XIII.

Meſurer la Surface d'un Cylindre droit.

LE *Theor.* 11. Vous apprend, que pour trouver la Surface d'un Cylindre droit, on doit multiplier la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe par ſa hauteur, & qu'inſi il faut connoiſtre la hauteur du Cylindre & le diametre de ſa baſe, & alors pour éviter les fractions, qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le rectangle ſous le diametre & la hauteur toûjours par 314, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la Surface qu'on cherche.

PROBLEME XIV.

Meſurer la Surface d'un Cone droit.

LE *Theor.* 12. nous apprend que pour trouver la Surface d'un Cone droit, on doit multiplier la circonference du cercle, qui luy ſert de baſe par ſon côté, & prendre la moitié du produit, & qu'ainſi il faut connoiſtre le côté du Cone & le diametre de ſa baſe, & alors pour éviter les fractions qui peuvent arriver à la circonference, multipliez le rectangle ſous le diametre de la baſe & le côté du Cone toûjours par 157, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la Surface qu'on cherche.

PROBLEME XV.

Meſurer la Surface d'un cone tronqué.

LE *Theor.* 14. Nous apprend que pour trouver la Surface d'un Cone tronqué, on doit multiplier la ſomme des circonferences des deux cercles oppoſez qui luy ſervent de baſes par ſon côté, & prendre la moitié du produit, & qu'ainſi il faut connoiſtre le côté du Cone tronqué & les diametres des deux baſes; & alors pour éviter les fractions, qui peuvent arriver à la circonference de chaque baſe, multipliez le rectangle ſous le côté du Cone tronqué & la ſomme des diametres des deux baſes toûjours par 157, & diviſez le produit toûjours par 100, le quotient donnera la Surface qu'on cherche.

Nous ne donnons point les demonſtrations de tous ces petits

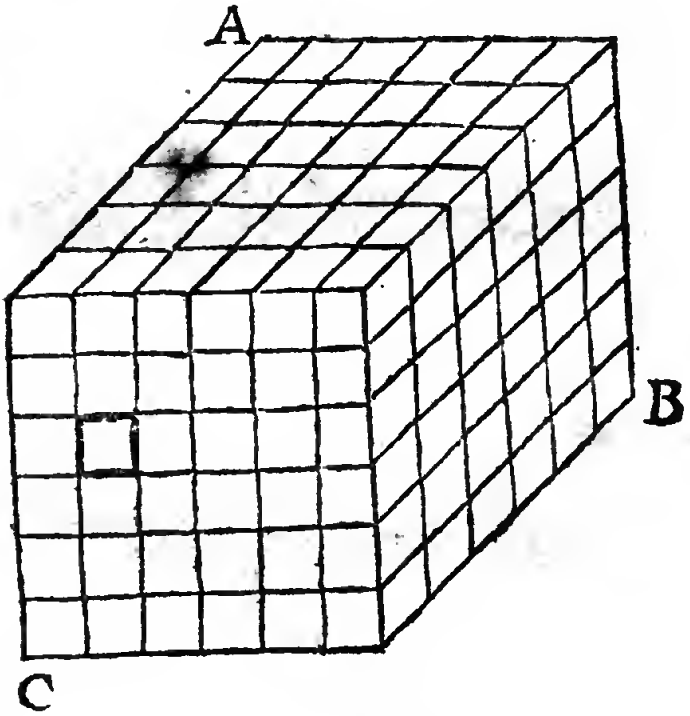
abregez, parce qu'elles ſont faciles à trouver.

QUATRIE'ME PARTIE DE LA STEREOMETRIE.

LA meſure des ſolides ou des corps, ſe fait par de petits ſolides, cõme la meſure des Plans ſe fait par de petits Plans, & la meſure des Lignes par de petites Lignes, parce qu'une meſure doit être de même genre avec la quantité qu'elle meſure. C'eſt pourquoy la meſure des ſolides ſe doit faire par des ſolides, que l'on fait cubiques, parce qu'ils ſont plus commodes, comme par des toiſes cubiques, des pieds cubiques, &c.

Comme ſi du cube ABC, chacun des côtez étoit par exemple

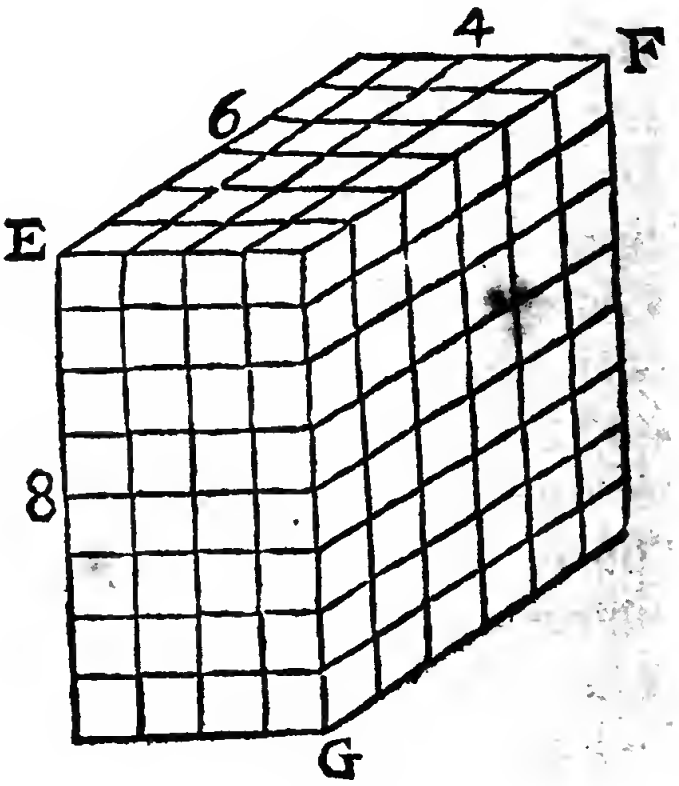
de 6 pieds, en ſorte que ce cube repreſentât une toiſe cubique, la ſolidité de cette toiſe cubique ſe trouveroit de 216 pieds cubiques, qui



ſont produits par l'interſection de certains Plans paralleles tirez en long & en travers par les diviſions des côtez oppoſez du cube propoſé ABC.

De même pour avoir la capacité du Parallelepipede rectangle EFG, dont les côtez ſont ſuppoſez d'au-

tant de pieds que vous les voyez icy marquez, nous nous imaginerons



des Plans paralleles tirez par les divisions des côtez opposez, & ces Plans feront par leur mutuelles intersections 192 pieds cubiques pour la solidité du Parallelepipede proposé EFG.

Neanmoins la solidité de ce Parallelepipede rectangle se peut trouver avec bien moins de peine par la

ſeule multiplication : car ſi on multiplie le nombre des pieds quarrez de l'une de ſes faces rectangulaires par le nombre des pieds courants du côté perpendiculaire à cette même face ; ou plus facilement, ſi on multiplie enſemble les trois dimenſions de ce corps, on aura le nombre des pieds cubiques contenus dans ce même corps. Il en eſt de même du cube precedent ABC.

D'où il ſuit que quand on multiplie trois lignes enſemble ; on a la capacité de leur ſolide, c'eſt à dire d'un Parallelepipede rectangle, dont elles repreſentent la longueur, la largeur, & la hauteur ; & que quand on multiplie un quarré par ſon côté, on a le cube de ce côté. Ainſi on connoiſtra qu'une toiſe courante ayant 6 pieds, une toiſe cubique aura 216 pieds cubiques ; & qu'un pied ayant 12 pouces, un pied cubique aura 1728 pouces cubiques ; & que pareillement une

Perche ayant 18 pieds, une Perche cubique aura 5832 pieds cubiques ; ainſi des autres.

C'eſt pourquoy quand on aura des toiſes cubiques, à reduire en pieds cubiques, au lieu de multiplier ces toiſes par 6, on les multipliera par 216 ; & quand on aura des pieds cubiques à reduire en pouces cubiques, au lieu de multiplier ces pieds par 12, on les multipliera par 1728. Tout au contraire quand on aura des pieds cubiques à reduire en toiſes cubiques, au lieu de diviſer ces pieds par 6, on les diviſera par 216 ; & quand on aura des pouces cubiques à reduire en pieds cubiques, au lieu de diviſer ces pouces par 12, on les diviſera par 1728, &c.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

THEOREME I.

Vne ſphere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la Surface de la ſphere, & la hauteur au rayon de la même ſphere.

POur la demonſtration de ce Theoreme, diviſez par penſée la Surface de la ſphere en une infinité de parties égales, leſquelles pourront être conſiderées comme les baſes d'autant de Cones, dont les pointes conviennent au centre de la ſphere, & dont la hauteur commune eſt par conſequent égale au rayon de la même ſphere: & comme l'un de ces Cones eſt le tiers d'un Priſme, qui a même baſe & même hauteur, par 10. 12. il eſt aiſé

de conclurre que la ſomme de tous ces Cones, ou la ſphere entiere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la ſomme des baſes de tous ces Cones, c'eſt à dire à la Surface de la ſphere; & la hauteur la même que celle des Pyramides, ou que le rayon de la ſphere. Ce qu'il faloit demontrer. On demontrera de la même façon qu'un ſecteur de ſphere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la baſe du ſecteur & la hauteur au Rayon de la ſphere.

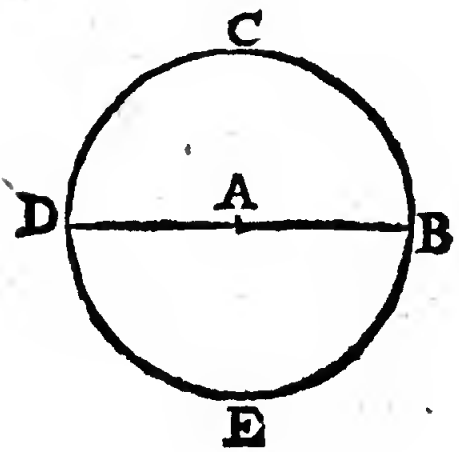
THEOREME II.

Vne ſphere eſt au cube de ſon diametre, comme 157, à 300.

SUppoſons que le diametre BD de la ſphere BCDE, ſoit de 30 pieds: la Surface de cette ſphere ſera de 2826 pieds quarrez, par *Probl. 9. chap. 1. Planim.* leſquels étant multipliez par le rayon de

la

la ſphere, qui ſera de 15 pieds, le tiers du produit donnera 14130 pieds cubiques pour la ſolidité de la ſphece BCDE, par le Theoreme precedent. Le cube du diametre BD

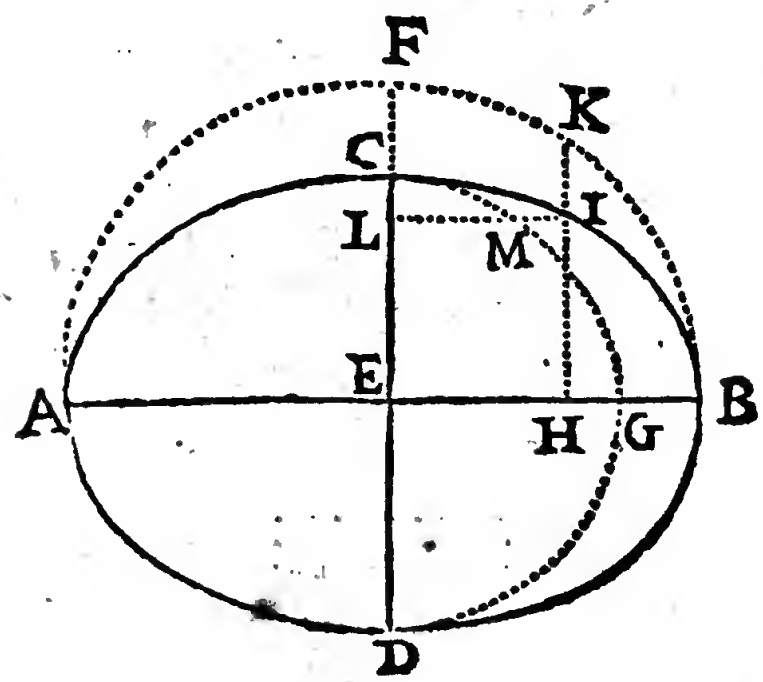


ſera 27000, ce qui fait voir que la ſphere BCDE eſt au cube de ſon diametre BD, comme 14130 à 27000, ou comme 1413 à 2700, ou (en diviſant chaque terme par 9,) comme 157 à 300; ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME III.

Vn Spheroïde eſt à une Sphere, dont le diametre eſt égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du même axe de circonvolution.

SOit un Spheroïde ACBD, qui ſoit produit par la circonvolu-



tion d'une Ellipſe alentour de l'axe

AB, lequel à cauſe de cela eſt appellé *axe de circonvolution*, & qu'ailleurs nous avons appellé *aiſſieu du Spheroïde*. Je dis que ce Spheroïde eſt à une ſphere, dont le diametre eſt égal à l'aiſſieu AB, comme le quarré de l'axe CD au quarré du même aiſſieu AB.

Car ſi on décrit du centre E de l'Ellipſe ACBD, alentour de l'axe de circonvolution AB le Demi-cercle AFB, ce Demi-cercle décrira par ſon mouvement une ſphere, dont le diametre ſera l'aiſſieu AB; & ſi par le point K pris à diſcretion ſur la Surface de cette ſphere, on tire ſur l'aiſſieu AB, la perpendiculaire KH, qui coupe la Surface du ſpheroïde en I, cette perpendiculaire KH fera par la circonvolution du Demi cercle AFB alentour de l'aiſſieu AB, un cercle qui ſe trouvera dans la ſphere AB; & pareillement la perpendiculaire correſpondante IH décrira par la

circonvolution de l'Ellipſe ACB alentour du même aiſſieu AB un cercle, qui ſe trouvera dans le ſpheroïde, ACBD : & ce que je viens de dire de ces deux perpendiculaires ſe doit entendre de toutes les autres que l'on peut tirer par tous les poins de l'aiſſieu AB, que l'on doit concevoir diviſé en une infinité de parties égales. C'eſt pourquoy on peut conſiderer la ſphere AB & le ſpheroïde ACBD comme les ſommes d'autant de cercles infinis l un que l'autre, ou ſi vous voulez d'autant de Cylindres infinis d'une même hauteur infiniment petite : & comme les baſes de tous ces Cylindres infinis, ou ces cercles infinis ſont comme les quarrez de leurs diametres, & par conſequent de leurs Demi-diametres KH, IH, par 2. 12. & que ces Demi-diametres KH, IH, ſont proportionnels aux deux FE, CE, & par conſequent aux deux axes AB, CD, par

Theor. 9. Planim. on conclud aiſément que la ſomme de tous les cercles du ſpheroïde ACBD, ou le ſpheroïde ACBD eſt à la ſomme de tous les cercles de la ſphere AB, c'eſt à dire à la ſphere AB, comme le quarré de l'axe CD au quarré de l'axe de circonvolution AB. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME IV.

Vn Spheroïde eſt au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300.

PUiſque par le Theoreme precedent, un ſpheroïde eſt à une ſphere dont le diametre eſt égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du même axe de circonvolution; ſi on donne à ces deux quarrez l'axe de circonvolution pour hauteur commune, le ſpheroïde ſera à la ſphere,

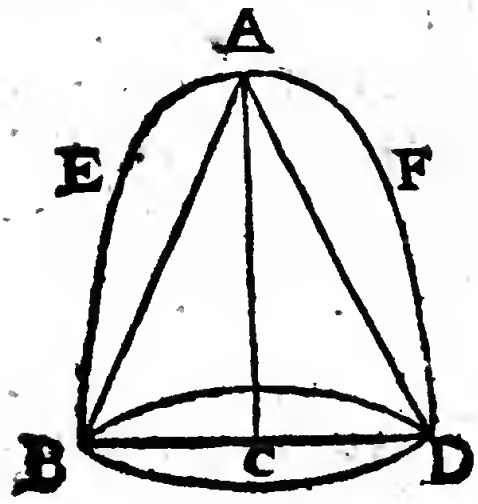
comme le ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, au cube de l'axe de circonvolution : & en permutant, le ſpheroïde ſera au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme la ſphere au cube de l'axe de circonvolution, c'eſt à dire au cube de ſon diametre : & ſi à la place de ces deux derniers termes on met ces deux autres 157, 300, qui ſont en même raiſon, par *Theor.* 2. le ſpheroïde ſera au ſolide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300. Ce qu'il faloit demontrer.

THEOREME V.

Vn Paraboloïde eſt la moitié d'un Cylindre de même baſe & de même hauteur.

SOit le Paraboloïde AEBDF, dont la hauteur AC, & la baſe

un cercle, dont le diametre eſt BD.



Je dis que ce Paraboloïde eſt la moitié d'un Cylindre, dont la hauteur eſt AC, & la baſe eſt le cercle BD.

Car ſi on diviſe la hauteur AC en une infinité de parties égales, & que par les poins de diviſion l'on tire dans la Parabole des lignes paralleles à ſa baſe BD, leſquelles par conſequent ſeront des ordonnées: comme ce Paraboloïde eſt produit par le mouvement de la Parabole BAD alentour de l'axe AC, toutes ces paralleles ou ordonnées décriront par ce mouvement des cercles: & parce que les quarrez de ces paralleles ou diametres ſont dans la proportion des nombres naturels, c'eſt à dire dans une continuelle pro-

portion arithmetique, par la proprieté de la Parabole, que l'on ſuppoſe plane, les cercles ſeront dans cette même proportion, par 2.12. Ainſi on peut conſiderer le Paraboloïde comme un corps compoſé d'une infinité de cercles en continuelle proportion arithmetique, dont le plus grand eſt la baſe du Paraboloïde, & dont le nombre eſt repreſenté par la hauteur AC. C'eſt pourquoy la ſomme de tous ces cercles infinis, ou le Paraboloïde, eſt par *Theor. 3. Planim.* la moitié du plus grand ou de la baſe multipliée par la hauteur AC, c'eſt à dire du Cylindre dont la hauteur & la baſe ſont les mêmes que celles du Paraboloïde propoſé AEBDF. Ce qu'il faloit demontrer.

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

PROBLEME I.

Meſurer un Priſme.

SI le Priſme propoſé eſt un Parallelepipede rectangle, on en trouvera la ſolidité, en multipliant enſemble ſes trois dimenſions, c'eſt à dire ſa longueur, ſa largeur, & ſa profondeur, comme il eſt évident par ce qui a eſté dit dans la preface de cette quatriéme Partie.

Si le Priſme propoſé n'eſt pas un Parallelepipede on multipliera l'aire de l'une de ſes deux baſes paralleles par la perpendiculaire tirée entre ces deux mêmes baſes, & le produit donnera le ſolidité qu'on cherche, parce qu'ainſi on a la ſolidité d'un Parallelepipede rectangle, qui eſt égal au Priſme pro-

posé par 31. 11.

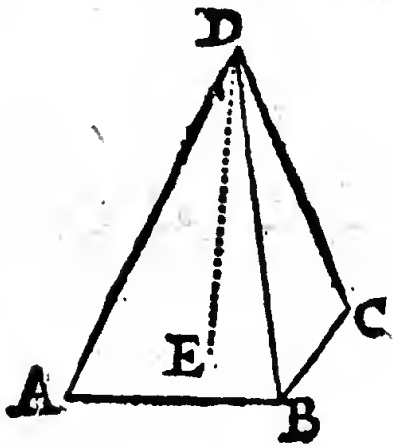
Ainſi vous voyez qu'il n'y a qu'à meſurer bien exactement la hauteur du Priſme, & ſa baſe, dont l'aire ſe connoiſtra par les principes de la Planimetrie, car ſi elle eſt triangulaire, on la meſurera comme nous avons enſeigné à meſurer un triangle ; & pareillement ſi elle eſt un cercle, on la meſurera comme nous avons enſeigné à meſurer un cercle : & alors pour éviter les fractions qui peuvent arriver dans la baſe de ce Priſme, lequel dans ce cas ſera un Cylindre, multipliez le ſolide ſous le quarré du diametre de la baſe & la hauteur du Cylindre toûjours par 785, & diviſez le produit toûjours par 1000, pour avoir tres-exactement la ſolidité du Cylindre propoſé.

PROBLEME II.

Meſurer une Pyramide.

LEs Pyramides de quelque figure qu'elles puiſſent eſtre, & quelque poſition qu'elles puiſſent avoir, ſe meſurent en multipliant la baſe par la hauteur, & en diviſant le produit par 3, parce que par cette multiplication on trouve le contenu d'un Priſme, lequel eſt triple de la Pyramide, par 7. 12.

Si la baſe eſt un parallelogramme rectangle, comme ABC, on la meſurera, en multipliant ſa longueur AB par ſa largeur BC, comme vous avez vû dans la Planimetrie. Or comme dãs ce cas, il ne



s'agit que de multiplier trois lignes enſemble, & qu'elles ſont ordinairement repreſentées par des fractions, on les reduira comme nous avons déja dit ailleurs en même denomination. Comme ſi la longueur AB étoit de 8 toiſes & 4 pieds, la largeur BC de 3 toiſes & 2 pieds, & la hauteur DE de 12 toiſes & 3 pieds, on reduira toutes ces lignes en pieds, & alors on trouvera la longueur AB de 52 pieds, la largeur BC de 20 pieds, & la hauteur DE de 75 pieds : aprés quoy on trouvera la ſolidité de la Pyramide ABCD en pieds cubiques, ſçavoir en multipliant la longueur AB 52 par la largeur BC 20, pour avoir la baſe ABC de 1040 pieds quarrez, leſquels étant multipliez par la hauteur DE 75, le tiers du produit donnera 26000 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche, qu'on reduira ſi l'on veut, en toiſes cubiques, en les diviſant par 216,

& alors on aura 120 toiſes cubiques & 80 pieds cubiques pour la ſolidité de la Pyramide propoſée ABCD.

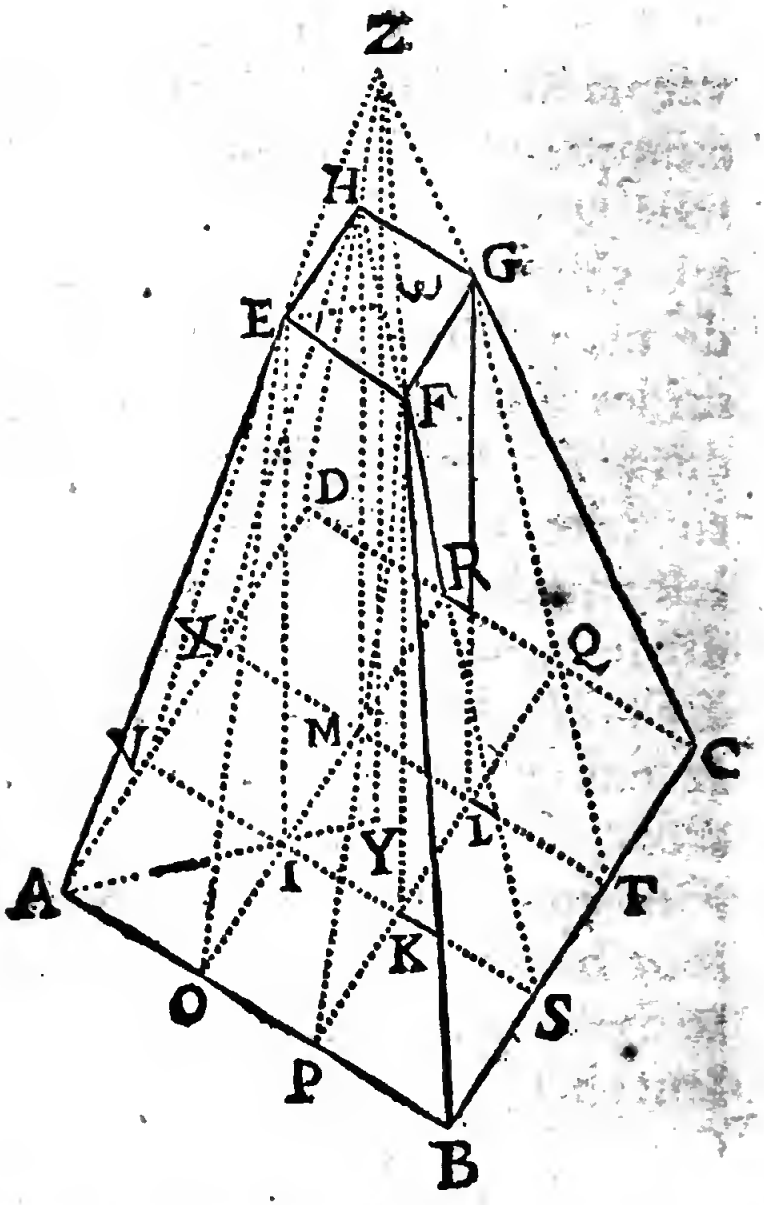
Si la baſe eſt un cercle, on la meſurera comme nous avons enſeigné dans la Planimetrie à méſurer un cercle, & on la multipliera toûjours par le tiers de la hauteur de la Pyramide, laquelle dans ce cas ſera un Cone. Mais pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans la baſe du Cone, multipliez le ſolide ſous le quarré du diametre de la baſe du Cone & la hauteur du même Cone toûjours par 157, & diviſez le produit toûjours par 600.

PROBLEME III.

Meſurer une Pyramide tronquée.

NOus ſuppoſerons icy pour une plus grande facilité, que la Pyramide tronquée eſt droite, &

qu'elle eſt terminée par les deux quarrez paralleles & inégaux ABCD, EFGH. Nous ſuppoſerons



auſſi que le côté AB de la plus grãde

baſe eſt de 14 pieds, que le côté EF de la plus petite baſe eſt de 4 pieds, & que la hauteur ω Y de la Pyramide tronquée eſt de 30 pieds.

Cela eſtant ſuppoſé, pour trouver la ſolidité de cette Pyramide tronquée, on la reduira en des Priſmes & en des Pyramides. On verra icy aiſément qu'elle eſt compoſée de cinq Priſmes & de quatre Pyramides égales. Le premier de ces cinq Priſmes, eſt au milieu de tous les autres, & c'eſt un Parallelepipede rectangle, dont la baſe eſt le quarré IKLM égal au quarré EFGH, & dont la hauteur EI eſt la même que celle de la Pyramide tronquée. Les quatre autres Priſmes ſont égaux entre eux, parce que leur hauteur eſt égale, ſçavoir celle de la Pyramide tronquée, & que leurs baſes ſont pareillement égales, ſçavoir les quatre Parallelogrammes rectangles OPKI, KLTS, LMRQ, MIVX: mais ils ne ſont pas des pa-

rallepipedes, mais ſeulement les moitiez d'autant de parallepipedes de même baſe & de même hauteur, parce qu'ils ſe terminent en pointe, leurs ſommets étant les lignes du quarré EFGH. Les quatre pyramides, dont les pointes ſont les quatre poins E, F, G, H, ſont pareillement égales, parce qu'elles ont une hauteur commune, qui eſt la même que celle de la Pyramide tronquée, & que leurs baſes ſont égales, ſçavoir les quatre quarrez AOIV, PBSK, LTCQ, MRDX.

Puiſque nous avons ſuppoſé AB de 14 pieds, & EF, ou IK de 4, le quarré IKLM ſe trouvera de 16 pieds quarrez, leſquels étant multipliez par la hauteur EI, que nous avons ſuppoſée de 30 pieds, on aura 480 pieds cubiques pour la ſolidité du parallelepipede rectangle EILG.

La ligne OP ſera de 4 pieds, & OI de 5, & l'aire de chacun des quatre parallelogrammes rectan-

gles OPKI, KSTL, LMRQ, MIVX, ſe trouvera de 20 pieds quarrez, c'eſt pourquoy la ſomme de ces quatre parallelogrammes ſera de 80 pieds quarrez, leſquels étant multipliez par la hauteur commune 30, la moitié du produit donnera 1200 pieds cubiques pour la ſomme des quatre Priſmes égaux, qui s'appuyent ſur les quatre rectangles precedens.

Enfin l'aire de chacun des quatre quarrez égaux AOIV, PBSK, LTCQ, DRMX, ſe trouvera de 25 pieds quarrez, c'eſt pourquoy la ſomme de ces quatre quarrez ſera de 100 pieds quarrez, leſquels étant multipliez par la hauteur commune 30, le tiers du produit donnera 1000 pieds cubiques pour la ſolidité des quatre Pyramides égales, qui s'appuyent ſur les quatre quarrez precedens.

Si l'on ajoûte enſemble ces trois ſoliditez trouvées 480, 1200, 1000,

leur ſomme donnera 2680 pieds cubiques pour la ſolidité de la Pyramide tronquée ACGE.

Comme il eſt embaraſſant de meſurer tant de Priſmes & tant de Pyramides, lorſque la baſe de la pyramide tronquée eſt compoſée d'un grand nombre de côtez, il vaudra mieux ſe ſervir de cette autre methode, qui eſt generale pour toute ſorte de pyramides tronquées.

Prolongez par penſée les côtez de la pyramide tronquée juſqu'à ce qu'ils ſe coupent en un point, comme en Z, pour avoir deux pyramides, dont la pointe commune ſera Z, & dont les baſes ſeront les deux baſes ABCD, EFGH, de la pyramide tronquée; & ôtez de la ſolidité de la plus grande pyramide celle de la plus petite, pour avoir au reſte la ſolidité de la pyramide tronquée. Mais pour avoir la ſolidité de la plus grande & de la plus petite pyramide, il ſuffira de connoiſtre

leurs hauteurs ZY, Zω, parce que leurs baſes ABCD, EFGH, ſont déja connuës ; & pour connoiſtre les hauteurs ZY, Zω, tirez les deux lignes AY, Eω, qui étant paralleles, feront les deux triangles ſemblables ZYA, ZωE, dans leſquels par 4. 6. on fera cette analogie, AY, Eω :: ZY, Zω ; & ſi au lieu des deux premiers termes AY, Eω, on met les deux côtez AB, EF, qui ſont en même raiſon, on aura cette autre analogie, AB, EF :: ZY, Zω, & en diviſant on aura celle-cy, AB-EF, AB :: ωY, ZY, & ſi aux trois lignes AB, EF, ωY, on reſtitue leurs valeurs ſuppoſées 14, 4, 30, on aura cette derniere analogie, 10, 14 :: 30, ZY, dont les trois premiers termes étant connus, le quatriéme ZY ſe connoiſtra en multipliant le troiſiéme terme 30 par le ſecond 14, & en diviſant le produit 420 par le premier 10, & l'on aura 42 pieds

pour la hauteur ZY de la grande pyramide, & si on en ôte la hauteur ωY de la pyramide tronquée, qui a esté supposée de 30 pieds, il restera 12 pieds pour la hauteur Zω de la petite pyramide.

Si on multiplie la base ABCD de la grande pyramide, qui est icy 196 pieds quarrez, par sa hauteur ZY, qui a esté trouvée de 42 pieds, le tiers du produit donnera 2744 pieds cubiques pour la solidité de la grande pyramide : & si on multiplie la base EFGH de la petite pyramide, qui est icy de 16 pieds quarrez, par sa hauteur Zω, qui a esté trouvée de 12 pieds, le tiers du produit donnera 64 pieds cubiques pour la solidité de la petite pyramide, laquelle estant ôtée de celle de la plus grande, que nous avons trouvée de 2744 pieds cubiques; le reste donnera 2680 pieds cubiques pour la solidité de la pyramide tronquée, comme auparavant.

Bien que cette methode ſemble un peu longue, elle peut neanmoins être bien courte, parce qu'on peut aiſément la reduire à cet abregé. Ajoûtez enſemble les aires 196, 16, des deux baſes ABCD, EFGH, pour avoir leur ſomme 212. Multipliez enſemble les deux mêmes baſes 196, 16, pour avoir leur produit 3136, dont la racine quarrée 56 doit être ajoûtée à la ſomme precedente 212, pour avoir une ſeconde ſomme 268, laquelle eſtant multipliée par la hauteur ω Y de la pyramide tronquée, que nous avons ſuppoſée de 30 pieds, le tiers du produit donnera comme auparavant 2680 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche.

Cette regle ſe peut appliquer à un cone tronqué, mais pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans l'aire de chaque baſe, ajoûtez à la ſomme des quarrez des diametres des deux baſes le produit des

deux mêmesdiametres, & multipliez la ſomme par la hauteur du cone tronqué, pour avoir un ſecond produit, qu'il faudra multiplier toûjours par 157, & diviſer le produit toûjours par 600, pour avoir la ſolidité du cone tronqué.

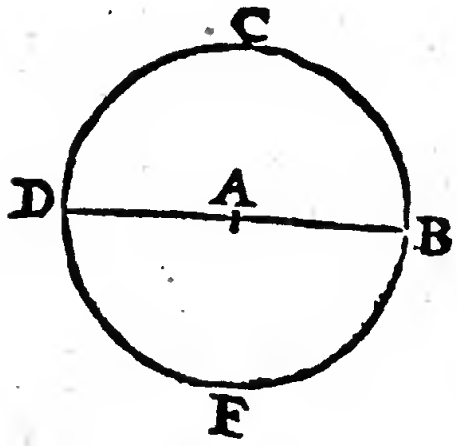
Ou plus briévement, multipliez l'excez du quarré de la ſomme des diametres des deux baſes ſur le produit des deux mêmes diametres par 157 fois la hauteur du cone tronqué, & diviſez le produit par 600, le quotient donnera la ſolidité qu'on cherche.

PROBLEME IV.

Meſurer une Sphere.

POur trouver la ſolidité de la ſphere BCDE, dont le diametre BD eſt ſuppoſé de 200 pieds, cherchez par *Probl. 9. Planim.* ſa ſurface, qui ſe trouvera de 125600

pieds quarrez, & multipliez cette



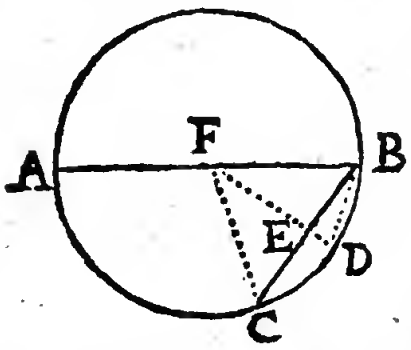
ſurface 125-600 par le rayon AB de la ſphere, que nous avons ſuppoſé de 100 pieds, & le tiers du produit donnera 4186666 pieds cubiques & 1152 pouces cubiques pour la ſolidité de la ſphere propoſée BCDE, comme il eſt évident par *Theor.* 1.

Ou bien pour éviter les fractions, qui peuvent arriver à la ſurface de la ſphere, multipliez le cube 8000000 du diametre BD 200 toûjours par 157, & diviſez le produit 1256000000 toûjours par 300, & la ſolidité qu'on cherche ſe trouvera la même qu'auparavant. La demonſtration de cette Pratique eſt évidente par *Theor.* 2.

PROBLEME V.

Meſurer un ſecteur de ſphere.

POur trouver la ſolidité du ſecteur de ſphere BFCD, le diametre AB étant ſuppoſé de 200 pieds, & l'arc BDC de 80 degrez, cherchez par *Probl. 10. Planim.* l'aire de la baſe du ſecteur, ou la ſurface du Segment de ſphere BCD, qui ſe trouvera de 14692 pieds quarrez & d'environ 57 pouces quarrez, & multipliez cette baſe par le rayon CF 100, le tiers du produit donnera par *Theor.* 1. 489734 pieds cubiques & 748 pouces cubiques pour la ſolidité du ſecteur propoſé BFCD.



Cette ſolidité ainſi trouvée n'eſt pas

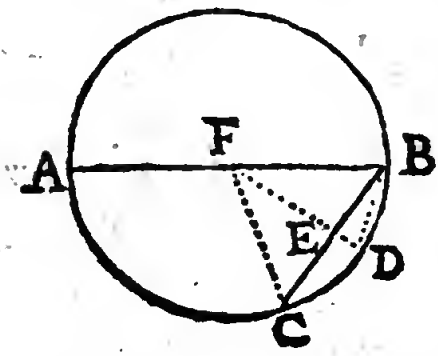
pas dans une trop grande precision, parce que dans la ſurface du Segment de ſphere, c'eſt à dire dans la baſe du ſecteur nous avons negligé les fractions de pouces. C'eſt pourquoy pour trouver autant exactement qu'il ſera poſſible la ſolidité du ſecteur propoſé BFCD independamment de ſa baſe, ſuivez cette regle, qui a ſa demonſtration.

Multipliez le ſinus verſe 2339556 de la moitié de l'arc BDC par le cube 8000000 du diametre AB 200, & le produit 18716448000000 toûjours par 157, & diviſez ce ſecond produit 2938482336000000 toûjours par 600 fois le ſinus Total 10000000, c'eſt à dire par 6000000000, le quotient donnera environ 489747 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche.

PROBLEME VI.

Mesurer un Segment de sphere.

POur trouver la solidité du Segment de sphere BCD, le diametre AB estant supposé, comme auparavant, de 200 pieds, & l'arc BDC de 80 degrez, cherchez par le Probleme precedent, la solidité du secteur BFCD, qui a esté trouvée de 489747 pieds cubiques, & ostez-en le cone FCB, qui se trouvera de 331282 pieds cubiques & 296 pouces cubiques par *Probl.* 2. le reste donnera 158464 pieds cubiques & 1432 pouces cubiques pour la solidité du Segment proposé BCD.



Mais pour trouver la solidité du

cone FCB, il faut trouver sa hauteur EF, & le diametre BC de sa base, laquelle on pourra connoistre en suite par *Probl.* . *Planim.* La hauteur EF a esté trouvée au *Probl. 10. Planim.* de 76 pieds & 7 pouces, & le diametre BC se trouvera par cette analogie,

Comme le Sinus Total	100000
Au diametre AB	200
Ainsi le Sinus de la moitié de l'arc BDC	64279
Au diametre BC	128½

Pour trouver methodiquement la solidité de ce cone, sans passer par les fractions, qui peuvent arriver à sa hauteur & à sa base; multipliez le quarré 41317898 41 du sinus 64279 de la moitié de l'arc BDC par le sinus 76604 du complement de la même moitié; & multipliez le produit 3165116289799 64 par 157 fois le cube 8000000 du diametre AB 200, sçavoir par 1256000000, & divisez ce second pro-

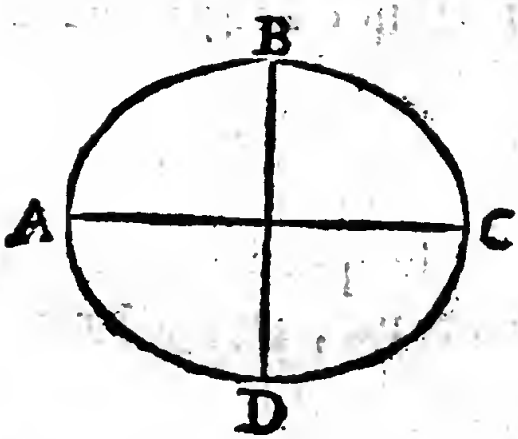
duit 39753860599884378400000000 par 1200 fois le cube 1000000000000000 du ſinus Total 100000, ſçavoir par 1200000000000000000, le quotient donnera 331282 pieds cubiques & 296 pouces cubiques pour la ſolidité du cone BDC.

Pour éviter un calcul ſi long, ſervez-vous des Logarithmes, & ajoûtez enſemble ces quatre choſes : le double 19.616350 du Logarithme du ſinus de la moitié de l'arc BDC, le Logarithme 9.8842539 du ſinus du complement de la même moitié, le Logarithme 2.1958996 de 157, le triple 6.9030897 du Logarithme 2.3010299 du diametre AB 200, & ôtez de la ſomme 38.5993782 la ſõme 33079181 2 du Logarithme 3.0791812 de 1200; & du triple 30.0000000 du Logarithme 10.0000000 du Sinus Total, il reſtera ce Logarithme 5.5201970, qui donnera environ la même ſolidité qu'auparavant.

PROBLEME VII.

Meſurer un Spheroïde.

POur trouver la ſolidité du Spheroïde ABCD, dont AC eſt ſuppoſé l'axe de circonvolution; qui ſoit par exemple de 200 pieds, & l'autre axe BD de 144, cherchez par *Probl.* 4. la ſolidité d'une ſphere, dont le diametre ſoit égal à l'axe de circonvolution A C 200, cette ſolidité ſe trouvera de 4186666 pieds cubiques & 1152 pouces cubiques, que vous multiplierez par le quarré 20736 de l'autre axe BD 144, & vous diviſerez le produit 86814720000 par le quarré 40000 de l'axe de circonvo-



lution AC 200, le quotient donnera 2170368 pieds cubiques pour la ſolidité du Spheroïde propoſé ABCD, comme il eſt évident par *Theor.* 3.

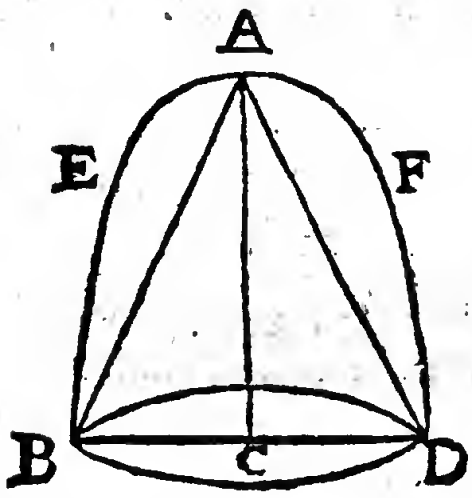
Ou plus facilement pour éviter les fractions, qui ſe peuvent rencontrer dans la ſolidité de la ſphere, multipliez le ſolide 4147200 ſous l'aiſſieu AC 200, & le quarré 20736 de l'axe BD 144, toûjours par 157, & diviſez le produit 651110400 toûjours par 300, le quotient donnera comme auparavant, 2170368 pieds cubiques pour la ſolidité qu'on cherche, comme il eſt évident par *Theor.* 4.

PROBLEME VIII.

Meſurer un Paraboloïde.

POur trouver la ſolidité du Paraboloïde AEBDF, dont la hauteur AC eſt ſuppoſée de 215

pieds, & le diametre BD de sa base 200, cherchez par *Probl. 5. Planim.* l'aire de cette base, qui se trouvera de 31400 pieds quarrez, que vous multiplierez par la hauteur AC 215, & le moitié du produit donnera 3375500 pieds cubiques pour la solidité du Paraboloïde proposé A E B D F, comme il est évident par *Theor. 5.*

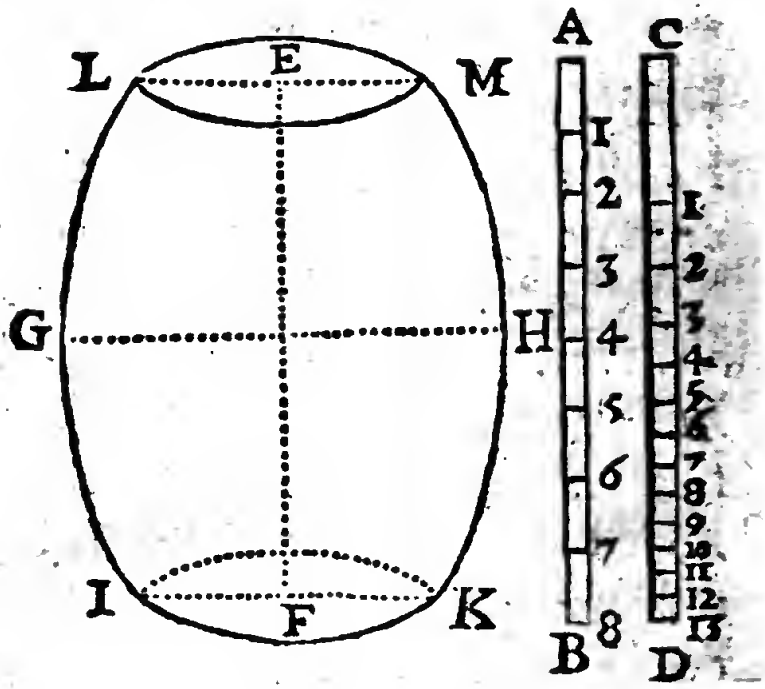


Pour éviter les fractions, qui peuvent arriver dans la base du Paraboloïde, multipliez le solide 8600000 sous la hauteur AC 215 & le quarré 40000 du diametre BD de la base, toûjours par 157, & divisez le produit 1350200000 toûjours par 400, le quotient donnera, comme auparavant, 3375500 pieds cubiques pour la solidité qu'on cherche.

PROBLEME IX.

Meſurer un tonneau.

IL y en a qui meſurent un tonneau, en le conſiderant comme deux cones tronquez joins enſemble, ou comme une partie de Spheroïde : mais comme tout cela ne fait



qu'aprocher de la verité, j'aime mieux me ſervir de la methode ſui-

vante, laquelle quoyque mecanique, approche auſſi beaucoup de la verité, & eſt tres-commode dans la pratique.

Il faut en premier lieu determiner la meſure, dont on veut ſe ſervir, parce qu'elle n'eſt pas la même par tout. Suppoſons que cette meſure quelque nom qu'elle puiſſe avoir, ſoit un Priſme, comme un cylindre concave, dont la hauteur ſoit de 6 pouces, & le diametre de ſa baſe de 3 pouces.

Cela étant ſuppoſé, preparez une regle de fer, ou de quelqu'autre matiere ſolide, comme AB, & y mettez d'un côté la hauteur de vôtre meſure autant de fois qu'elle y pourra entrer, & y marquez les poins, 1, 2, 3, 4, 5, &c. & ce côté s'appellera, *le côté des parties égales*. Mais ſur l'autre côté, comme ſeroit CD, que nous appellerons *le côté des diametres*, vous y marquerez premierement le diametre de

vôtre mesure, depuis C jusques au point 1, puis le diametre d'une mesure double depuis le même point C jusques au point 2, & ainsi en suite.

Toute la difficulté est de trouver les diametres des mesures doubles, triples, &c. Pour cette fin divisez le diametre de vôtre mesure en plusieurs parties égales, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 100, & faites-en une échelle particuliere, pour y prendre la quantité d'un diametre d'une mesure double, triple, &c. en cette sorte.

Pour trouver le diametre d'une mesure double, supposant que celuy de la mesure simple soit de 100 parties, doublez le quarré de ce nombre 100, & vous aurez 20000, dont la racine quarrée donnera environ 141 parties, qui étant prises sur l'échelle doivent être portées depuis C jusques à 2, & C 2 sera le diametre d'une mesure double; & ainsi des autres.

La regle étant ainſi preparée, voicy la maniere de s'en ſervir. Voyez premierement ſur le côté des parties égales, combien de telles parties contient la longueur du tonneau EF, ſuppoſons qu'elle en contienne $7\frac{1}{2}$. Voyez encore ſur le côté des diametres, ou des parties inégales combien de telles parties contient le plus petit diametre IK ou LM, s'ils ſont égaux, & le plus grand GH, ce qui ſera aiſé, en faiſant paſſer la regle par le bondon, & ſi GH en contient par exemple $8\frac{1}{2}$, & IK $4\frac{1}{4}$, ajoûtez enſemble ces deux nombres $8\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{4}$, ou $\frac{34}{4}$, $\frac{1}{4}$, & vous aurez $\frac{51}{4}$, dont la moitié $\frac{51}{8}$, ou $6\frac{3}{8}$ eſt la quantité d'un diametre moyen arithmetique, laquelle étant multipliée par la hauteur EF, que nous avons ſuppoſée $7\frac{1}{2}$, le produit donnera environ 48 meſures pour la capacité du tonneau KILM.

Si vous voulez trouver en meſures cubiques, comme en pouces cu-

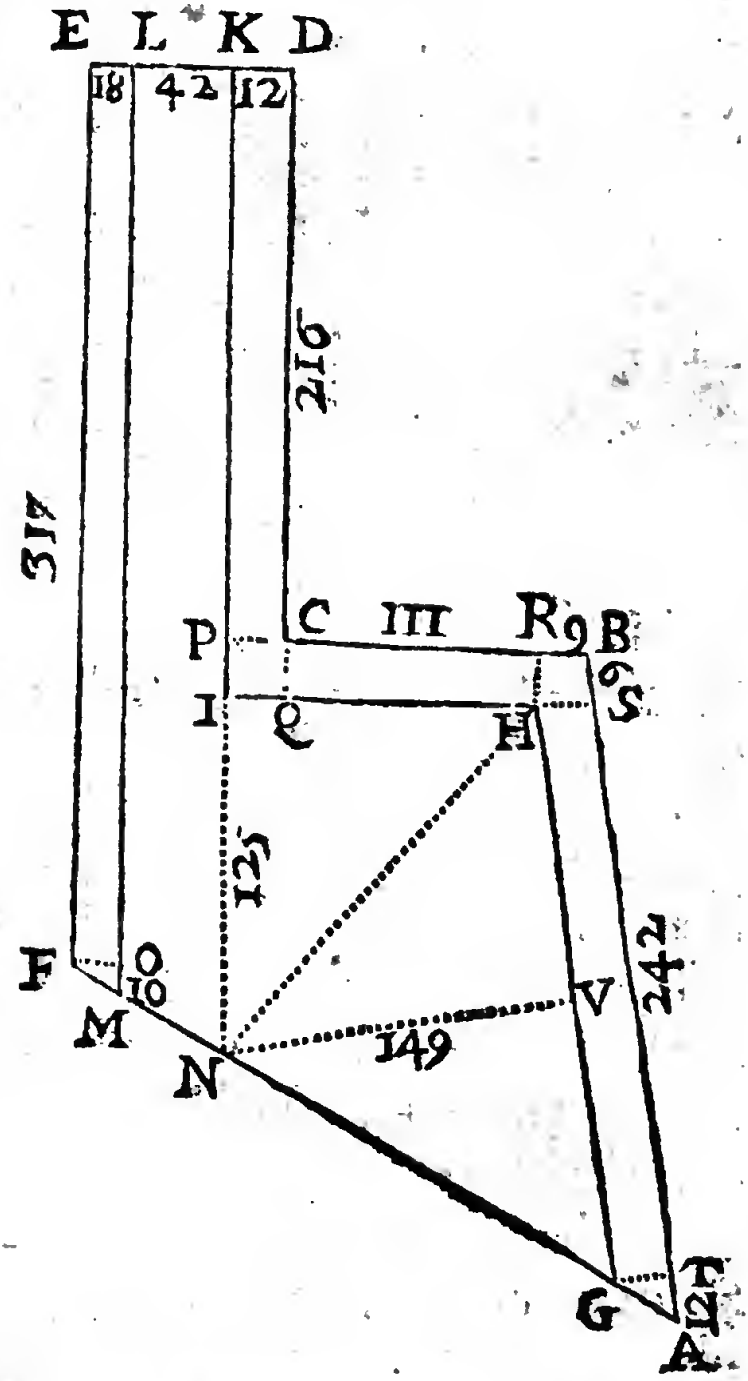
biques la ſolidité de ce tonneau, meſurez en pouces la longueur EF, & les deux diametres GH, IK, dont le produit doit être ôté du quarré de leur ſomme, aprés quoy on doit multiplier le reſte toûjours par 157 fois la longueur EF du tonneau & diviſer le produit toûjours par 600.

PROBLEME X.

Meſurer un Rempart.

LA ligne AB repreſente la face d'un Baſtion d'un Exagone regulier, dont le côté interieur eſt ſuppoſé de 120 toiſes, ou de 720 pieds. La ligne BC repreſente le flanc, que l'on ſuppoſe perpendiculaire à la courtine, & de 20 toiſes ou de 120 pieds. La ligne CD repreſente la moitié de la courtine, que nous ſuppoſerons icy de 216 pieds. La ligne DE, qui eſt perpen-

diculaire à CD repreſente l'épaiſ-



ſeur du Rempart par le pied, que

nous ſuppoſerons de 72 pieds, & la ligne EF, qui eſt parallele à la courtine CD, & qui eſt terminée en F par la Capitale prolongée, termine la baſe du Rempart du côté de la ville. La ligne GHIK, qui eſt parallele au premier trait termine le talud exterieur du Rempart, & la ligne LM l'interieur, tellement que l'eſpace compris en dedans par ces deux dernieres lignes, ſçavoir le plan GHIKLMG repreſente la largeur du Rempart, ſur laquelle on l'éleve ſans taluds.

Pour trouver la ſolidité de cette partie de Rempart, ce qui ſuffit pour ſçavoir la ſolidité entiere du Rempart, parce que nous ſuppoſons que la place eſt reguliere, il faut connoiſtre en premier lieu la quantité des lignes & des angles, ce qui ſera facile à celuy qui entendra la fortification. Nous ſuppoſons icy les lignes d'autant de pieds que vous les voyez marquées dans la figure, où

l'on void assez clairement leur disposition, sans qu'il soit besoin d'en parler icy davantage.

Cela étant supposé, il faut commencer à mesurer les bases des divers solides, dont le Rempart est composé, qui sont des Prismes & des Pyramides.

Pour trouver l'aire du Trapeze KLMN, qui a deux côtez paralleles KN, LM, on multipliera leur somme 680 par la moitié 21 de leur distance KL, & le produit donnera 14280 pieds quarrez pour la base KLMN.

Pour trouver l'aire du Trapeze GHIN, on le reduira en deux triangles NIH, GHN. L'aire du premier triangle se trouvera de 7687 pieds quarrez, & celle du second de 18029. La somme des deux aires donnera 25716 pieds quarrez, pour l'aire du Trapeze GHIN, laquelle étant ajoûtée à celle du Trapeze KLMN, que nous avons trouvée

de 14280 pieds quarrez, on aura 39996 pieds quarrez pour l'aire de la baſe GHIKLM, laquelle étant multipliée par la hauteur du Rempart, que nous ſuppoſerons de 18 pieds, on aura 719928 pieds cubiques pour la ſolidité de la terre, qui s'éleve ſans taluds ſur la baſe GHIKLM.

Pour trouver la ſolidité des taluds, & premierement celle du talud interieur, on le reduira en un Priſme, dont la baſe eſt le rectangle FOLE, & en une Pyramide, dont la pointe eſt F, la hauteur eſt FO, & un côté de ſa baſe rectangulaire eſt OM, l'autre côté étant égal à la hauteur du Rempart. L'aire du rectangle FOLE ſe trouvera de 5706 pieds quarrez, laquelle étant multipliée par la hauteur du Rempart, on aura 51354 pieds cubiques, pour la ſolidité du Priſme, dont la baſe eſt FOLE. L'aire de la baſe de la Pyramide FOM ſe trouvera

de 180 pieds quarrez, laquelle étant multipliée par le tiers de ſa hauteur FO, on aura 1080 pieds cubiques, pour la ſolidité de la Pyramide FOM. Si on ajoûte enſemble ces deux ſoliditez 51354, 1080, leur ſomme 52434 donnera la ſolidité du talud interieur.

Pareillement pour trouver la ſolidité du talud exterieur, on le reduira en trois Priſmes, dont les baſes ſont les trois rectangles CDKP, CRHQ, GHST, & en trois Pyramides, dont les baſes ſont le quarré CPIQ, le Trapeze HRBS, & le triangle ATG. la ſomme 569 des trois longueurs CD, CR, ST, étant multipliée par la largeur commune DK 12, donnera 6828 pieds quarrez pour l'aire des trois Rectangles precedens, laquelle étant multipliée par la moitié de la hauteur du Rempart, on aura 61452 pieds cubiques pour la ſolidité des trois

Prismes, dont le talud exterieur est composé. L'aire du quarré QCPI se trouvera de 144 pieds quarrez, celle du trapeze HRBS de 108, & celle du triangle ATG de 72. La somme de ces trois aires est 324, laquelle étant multipliée par le tiers de la hauteur du Rempart donnera 1944 pieds cubiques pour la solidité des trois Pyramides, laquelle étant ajoûtée à celle des trois Prismes precedens, qui a esté trouvée de 61452 pieds cubiques, on aura 63396 pieds cubiques pour la solidité du talud exterieur.

Enfin si on ajoûte ensemble ces trois soliditez trouvées, 63396, 52434, 709308, qui sont les soliditez du talud exterieur, du talud interieur, & du terre-plain du Rempart, on aura 835722 pieds cubiques pour la solidité entiere de cette partie de Rempart terminée par une demie courtine & par un demi-

baſtion, laquelle étant enfin multipliée par le double du nombre des Baſtions, comme icy par 12, on aura 10028664 pieds cubiques, ou 46429 toiſes cubiques pour la ſolidité entiere du Rempart.

C'eſt de la même façon que l'on meſurera la ſolidité du foſſé d'une fortification, & auſſi celle du Parapet avec ſa Banquette : mais cette ſolidité ſe peut connoiſtre avec bien moins de peine, car ſi on multiplie l'aire du Profil du Parapet avec ſa Banquette par la quantité d'une ligne tirée par le milieu du Plan du Parapet & de la Banquette, on aura la ſolidité du Parapet & de ſa Banquette. C'eſt de cette maniere qu'on trouvera la ſolidité de l'Eſplanade, & auſſi du Rempart avec ſon Parapet & ſa Banquette tout enſemble, lorſque les Baſtions ſeront creux. Je ſçay bien que cette methode n'eſt pas

tout à fait Geometrique, mais comme elle ne peut pas manquer ſenſiblement, il ſera tres-avantageux de s'en ſervir dans la Pratique.

FIN.

TABLE.

TRAITE' de la Geometrie Pratique, page 1
Des Principes de Geometrie en general, 2
Des Principes de Geometrie en particulier, 3
Probleme. I. Tirer par un point donné à une ligne donnée une perpendiculaire, 24
Probleme. II. Tirer par un point donné à une ligne donnée une parallele, 28
Probleme III. Diviſer un arc & l'angle qu'il meſure, en deux également, 29
Probleme IV. Diviſer un quart de cercle en ſes 90 degrez, 30
Probleme V. Connoiſtre de combien de degrez eſt un angle propoſé, 32
Probleme VI. Décrire ſur une ligne donnée un triangle équilateral & un quarré, 36
Probleme VII. Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné, 37
Probleme VIII. Alentour de deux diametres donnez décrire une ovale commune, 39
Probleme IX. Alentour de deux axes don-

ces deux côtez, à la Tangente de la moitié de leur difference, 107
Theoreme V. Dans un triangle ſcalene, le plus grand côté eſt à la ſomme des deux autres, comme leur difference à la difference des Segmens du plus grand côté, faits par la perpendiculaire, qui tombe du plus grand angle, *page* 110

CHAPITRE III.

Du Calcul des Triangles Rectangles.

Probleme I. Etant connus les deux côtez, trouver les deux angles aigus, 112
Probleme II. Etant connus les angles & l'un des côtez, trouver l'autre côté, 113
Probleme III. Etant connus les angles & un côté, trouver l'hypotenuſe, 115
Probleme IV. Etant connus les angles & l'hypotenuſe, trouver celuy qu'on voudra des deux côtez, 116
Probleme V. Etant connuë l'hypotenuſe & un côté, trouver les angles aigus, 117
Probleme VI. Etant connuë l'hypotenuſe & un côté, trouver l'autre côté, 119
Probleme VII. Etant connus les deux côtez, trouver l'hypotenuſe, 121

CHAPITRE

CHAPITRE IV.

Du Calcul des Triangles Obliquangles.

Probleme I. Etant connus deux côtez, & l'angle opposé à l'un des deux trouver l'angle opposé à l'autre, 123
Probleme II. Etant connus les angles & un côté, trouver celuy qu'on voudra des deux autres côtez, 124
Probleme III. Etant connus deux côtez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver les deux autres angles, 126
Probleme IV. Etant connus deux côtez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver le troisiéme côté, 128
Probleme V. Etant connus les trois côtez, trouver les angles, 129

SECONDE PARTIE.

De la Longimetrie.

Probleme I. MEsurer une ligne Horizontale accessible des deux côtez, 137
Probleme II. Mesurer une ligne Horizontale accessible seulement d'un côté, 138
Probleme III. Mesurer d'enhaut une ligne accessible, 141
Probleme IV. Mesurer de dessus terre une

ligne Horizontale inacceſſible, 146
Probleme V. Meſurer une hauteur acceſſible, 153
Probleme VI. Meſurer d'en bas une hauteur inacceſſible, 155
Probleme VII. Meſurer d'en haut une hauteur inacceſſible, 159
Probleme VIII. Meſurer la hauteur d'une montagne ſur laquelle on eſt ſitué, *page* 161
Probleme IX. Meſurer la hauteur & la largeur d'une montagne, 164
Probleme X. Meſurer la hauteur d'une nuée, 167

TROISIEME PARTIE.

De la Planimettie.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

Theoreme I. SI de la ligne courbe ABC, dont le diametre eſt AD, & la touchante au ſommet eſt AE, parallele à l'ordonnée CD, on forme ſur le diametre AD, la ligne courbe AFG, dont l'ordonnée DG ſoit égale à la partie AI terminée par la touchante correſpondante CI, & pareillement l'ordonnée LF égale à la partie AH terminée par la touchante

correſpondante B H, & ainſi des autres, & qu'on tire la droite A C, l'eſpace A D G F A ſera double du ſegment A B C A. 173
Theoreme II. Une Parabole eſt à un parallelogramme de meſme baſe & de même hauteur comme 2 à 3, 176
Theoreme III. La ſomme des quantitez infinies en continuelle proportion Arithmetique en commençant depuis o, eſt égale à la moitié de la plus grande multipliée par le nombre qui exprime la multitude de toutes ces quantitez, 181
Theoreme IV. La ſomme des qxarrez infinis des quantitez en continuelle proportion Arithmetique, en commençant depuis o, eſt égale au tiers du plus grand quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quarrez, 183
Theoreme V. Un Polygone regulier eſt la moitié du rectangle ſous ſa circonference & la perpendiculaire, qui tombe du centre ſur le milieu de l'un des côtez, 189
Theoreme VI. Un cercle eſt la moitié d'un rectangle ſous ſa circonference & ſon rayon. 191
Theoreme VII. Le diametre d'un cercle

eſt à ſa circonference, environ comme 7 à 22, ou comme 100 à 314, 192
Theoreme VIII. L'aire d'un cercle eſt au quarré de ſon diametre, comme 785 à 1000, 201
Theoreme IX. Une Ellipſe eſt égale à un cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre les deux axes, 202
Theoreme X. Une Ellipſe eſt au rectangle ſous ſes deux axes, comme 785 à 1000, 205
Theoreme XI. La ſurface d'un cylindre droit eſt égale au rectangle ſous ſa hauteur & la circonference de ſa baſe, 206
Theoreme XII. La ſurface d'un cone droit eſt la moitié d'un rectangle ſous le côté du cone, & la circonference de ſa baſe, 207
Theoreme XIII. L'aire d'un Trapeze, qui a deux côtez paralleles, eſt la moitié d'un rectangle ſous la ſomme des deux côtez paralleles, & la perpendiculaire tirée entre ces deux meſmes côtez, 208
Theoreme XIV. La ſurface d'un cone droit tronqué eſt la moitié du rectangle ſous ſon côté, & la ſomme des circonferences des deux baſes oppoſées & paralleles, 210
Theoreme XV. Le quarré du diametre

d'une Sphere eſt à la ſurface de la même Sphere, comme 100 à 314, 212

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

Probleme I. Meſurer un Triangle, 213
Probleme II. Meſurer un Parallelogramme, 217
Probleme III. Meſurer un Trapeze, 220
Probleme IV. Meſurer un Polygone, 222
Probleme V. Meſurer un Cercle, 227
Probleme VI. Meſurer un Secteur de cercle, 229
Probleme VII. Meſurer un Segment de cercle, 231
Probleme VIII. Meſurer une Ellipſe, 234
Probleme IX. Meſurer une Parabole, 235
Probleme X. Meſurer la ſurface d'une Sphere, 236
Probleme XI. Meſurer la ſurface d'un ſegment de Sphere, 237
Probleme XII. Meſurer une Couronne, *page* 241
Probleme XIII. Meſurer la ſurface d'un cylindre droit, 243
Probleme XIV. Meſurer la ſurface d'un cone droit, 244
Probleme XV. Meſurer la ſurface d'un cone tronqué, 245

QUATRIE'ME PARTIE.

De la Stereometrie.

CHAPITRE I.

THEOREMES.

Theoreme I. UNe Sphere eſt le tiers d'un Priſme, dont la baſe eſt égale à la ſurface de la Sphere, & la hauteur au rayon de la meſme Sphere, 251

Theoreme II. Une Sphere eſt au cube de ſon diametre, comme 157 à 300, 251

Theoreme III. Un Spheroïde eſt à une Sphere, dont le diametre eſt égal à l'axe de circonvolution, comme le quarré de l'autre axe au quarré du même axe de circonvolution, 254

Theoreme IV. Un Spheroïde eſt au Solide ſous l'axe de circonvolution & le quarré de l'autre axe, comme 157 à 300, 257

Theoreme V. Un Paraboloïde eſt la moitié d'un cylindre de meſme baſe & de meſme hauteur, 258

TABLE.

CHAPITRE II.

PROBLEMES.

Probleme I. Mesurer un Prisme, 261
Probeme II. Mesurer une Pyramide, 263
Probleme III. Mesurer une Pyramide tronquée, 265
Probleme IV. Mesurer une Sphere, 274
Probleme V. Mesurer un Secteur de Sphere, 276
Probleme VI. Mesurer un Segment de Sphere, 278
Probleme VII. Mesurer un Spheroïde, 282
Probleme VIII. Mesurer une Paraboloïde, 282
Probleme IX. Mesurer un Tonneau, 284
Probleme X. Mesurer un Rempart, 288

Fin de la Table.

Extrait du Privilege du Roy.

PAR Grace & Privilege du Roy, donné à Verſailles, en date du 20 Juillet 1684. Signé LE PETIT: Il eſt permis à ESTIENNE MICHALLET, Marchand Libraire à Paris, d'imprimer ou faire imprimer pendant dix années un Livre intitulé, *La Geometrie Practique.* Avec défenſes à tous Imprimeurs, Libraires & autres, de l'imprimer, ou faire imprimer, vendre ny debiter ſans le conſentement dudit Expoſant, à peine de confiſcation des Exemplaires, de tous dépens, dommages & intereſts, comme il eſt porté plus au long par leſdites Lettres.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Signé,

ANGOT, Syndic.

A01 1661252